

Une méthode d'estimation des composantes cyclique et structurelle de la variation du taux d'endettement

Octobre 2015

Henri Bogaert, Vincent Frogneux, Michel Saintrain

Le Bureau fédéral du Plan

Le Bureau fédéral du Plan (BFP) est un organisme d'intérêt public.

Le BFP réalise des études sur les questions de politique économique, socio-économique et environnementale. À cette fin, le BFP rassemble et analyse des données, explore les évolutions plausibles, identifie des alternatives, évalue les conséquences des politiques et formule des propositions.

Son expertise scientifique est mise à la disposition du gouvernement, du parlement, des interlocuteurs sociaux, ainsi que des institutions nationales et internationales. Le BFP assure à ses travaux une large diffusion. Les résultats de ses recherches sont portés à la connaissance de la collectivité et contribuent au débat démocratique.

Le BFP est certifié EMAS et Entreprise Écodynamique (trois étoiles) pour sa gestion environnementale.

www.plan.be

contact@plan.be

Publications

Publications récurrentes :

Les Perspectives

Planning Papers (le dernier numéro) :

L'objet des "Planning Papers" est de diffuser des travaux d'analyse et de recherche du Bureau fédéral du Plan.

114 Les charges administratives en Belgique pour l'année 2012

Chantal Kegels - Février 2014

Working Papers (le dernier numéro):

7-15 De Belgische ICT in vogelvlucht - Economische betekenis en positionering t.o.v. de buurlanden

Jan van der Linden - Octobre 2015

Reproduction autorisée, sauf à des fins commerciales, moyennant mention de la source.

Éditeur responsable : Philippe Donnay

Dépôt légal : D/2015/7433/23

Bureau fédéral du Plan

Avenue des Arts 47-49, 1000 Bruxelles

tél. : +32-2-5077311

fax : +32-2-5077373

contact@plan.be

www.plan.be

Une méthode d'estimation des composantes cyclique et structurelle de la variation du taux d'endettement

Octobre 2015

Henri Bogaert, Vincent Frogneux, Michel Saintrain

Abstract – Cette étude présente une méthode de décomposition de la variation annuelle du taux d'endettement en trois composantes, cyclique, structurelle et ponctuelle, identifiant ainsi les conditions structurelles d'un effet boule de neige positif ou négatif. L'étude montre que la composante cyclique de la variation du taux d'endettement peut être importante et, selon les années, masquer partiellement le caractère structurel de la variation endogène de la dette. La méthode diffère de la méthode d'estimation de la dette corrigée du cycle de la Commission européenne ; par rapport à cette dernière, elle estime une composante cyclique mieux corrélée au niveau et à la variation de l'output gap. Enfin, l'étude discute de l'opportunité et de la possibilité de prendre en compte, dans cette approche, une inflation et un taux d'intérêt d'équilibre.

Abstract – Deze studie presenteert een methode om de jaarlijkse verandering van de schuldgraad in drie componenten op te splitsen: een cyclische, een structurele en een eenmalige component. Dit maakt het mogelijk om de structurele voorwaarden voor een positief of negatief sneeuwbaaleffect te identificeren. Uit de studie blijkt dat de cyclische component van de wijziging van de schuldgraad belangrijk kan zijn en, naargelang van het jaar, het structureel karakter van de endogene wijziging van de schuld gedeeltelijk kan verbergen. De methode wijkt af van de ramingsmethode van de voor conjunctuurinvloeden gecorrigeerde schuld van de Europese Commissie. In vergelijking met die laatste, wordt een cyclische component geraamd die sterker gecorreleerd is met het niveau en de variatie van de output gap. Tot slot bespreekt de studie de wenselijkheid en de mogelijkheid om in deze benadering rekening te houden met een evenwichtsniveau voor de inflatie en voor de rentevoet.

Abstract – This study presents a method for decomposing the annual variation of the debt ratio among the cyclical, structural and one-off components, thus making it possible to identify the structural conditions for a positive or negative snowball effect. The study shows that the cyclical component may be significant and, depending on the year, partially hide the structural component of the endogenous debt development. The method differs from the European Commission method for estimating a cyclically-adjusted debt. Compared with it, our method estimates a cyclical component that is better correlated with the level and variation of the output gap. Finally, the study discusses the advisability and feasibility of taking into account equilibrium inflation and interest rate in the approach.

Jel Classification – H63**Keywords** – dette publique, solde structurel, composante cyclique

Table des matières

Synthèse	1
1. Introduction	2
2. Présentation classique de la variation du taux d'endettement	4
3. Une méthode d'estimation des composantes cyclique et structurelle de la variation du taux d'endettement	5
4. Application aux variations du taux d'endettement des Perspectives économiques 2015-2020	7
5. Comparaison avec le « cyclically-adjusted debt ratio » de la Commission européenne.....	10
6. Impact de trajectoires budgétaires alternatives.....	12
7. Faut-il prendre en compte un taux d'intérêt et un taux d'inflation d'équilibre ?	15
Références	17
Annexe	18

Liste des tableaux

Tableau 1	Décomposition de la variation du taux d'endettement : présentation classique	4
Tableau 2	Décomposition de la variation du taux d'endettement	7
Tableau 3	Coefficient de corrélation entre la composante cyclique et l'output gap et la variation de l'output gap sur la période 2004-2020	11
Tableau 4	Scénario 1 - Décomposition de la variation du taux d'endettement : écart par rapport à la baseline	13
Tableau 5	Scénario 2 - Décomposition de la variation du taux d'endettement : écart par rapport à la baseline	14
Tableau 6	Scénario 3 - Décomposition de la variation du taux d'endettement : écart par rapport à la baseline	14

Liste des graphiques

Graphique 1	Décomposition de la variation du taux d'endettement	8
Graphique 2	Variation endogène structurelle et effective de la dette	8
Graphique 3	Variation du « cyclically-adjusted debt ratio » et composante cyclique résiduelle sur base de la méthode de la CE	10
Graphique 4	Contribution de la composante cyclique à la variation du taux d'endettement : comparaison avec la méthode de la CE	11
Graphique 5	Composante structurelle et composante structurelle « pure »	16

Synthèse

La constatation que la dynamique endogène du taux d'endettement conduit à une augmentation, une stabilisation ou une réduction de celui-ci (ce que l'on a appelé l'effet boule de neige ou l'effet boule de neige inversé) est fondamentale dans le diagnostic qui sera porté sur la soutenabilité des finances d'un État.

Si cette dynamique est relativement simple à calculer année après année, elle sera malheureusement insuffisante pour guider adéquatement les gouvernements dans le type de politique, soit structurelle, soit conjoncturelle, à mener. En effet, la variation endogène du taux d'endettement sera très largement fonction des conditions cycliques de court terme. D'où l'idée de mesurer la dynamique structurelle du taux d'endettement par rapport à un sentier d'équilibre indépendamment des mouvements cycliques autour de ce sentier d'équilibre.

Cette étude présente une méthodologie de décomposition de la variation annuelle du taux d'endettement en trois composantes : cyclique, structurelle, ponctuelle. La composante cyclique reflète la contribution de l'output gap. La composante structurelle correspond à l'écart entre le solde primaire structurel et le solde primaire structurel permettant de stabiliser la dette (et reflète ainsi les conditions structurelles d'un effet boule de neige). La composante ponctuelle représente tant l'impact des « one-offs » (les mesures non récurrentes et glissements ayant un effet sur le solde de financement) que l'ajustement stock-flux (les facteurs sans impacts sur le solde de financement mais bien sur la dette).

L'étude montre que la composante cyclique de la variation du taux d'endettement peut être importante et, selon les années, masquer partiellement le caractère structurel de la variation endogène de la dette, ou au contraire amplifier cette variation.

La méthode présentée ici diffère de la méthode d'estimation de la dette corrigée du cycle de la Commission européenne. Par rapport à cette dernière, elle évite des résultats aberrants en cas de brusques chocs cycliques et, de façon générale, estime une composante cyclique davantage corrélée au niveau et à la variation de l'output gap. Toutefois, contrairement à la méthode de la Commission européenne, elle n'a pas vocation à estimer le taux d'endettement structurel en niveau.

Notons que, quelle que soit la méthode, le taux d'intérêt implicite est supposé structurel en ce sens qu'il n'est pas supposé affecté par le cycle. Cela n'implique évidemment pas que les niveaux actuels de taux d'intérêt doivent être considérés comme des taux d'équilibre à long terme. De plus, la notion de prix d'équilibre est généralement ignorée. L'étude discute de l'opportunité et de la possibilité de prendre en compte une inflation et un taux d'intérêt d'équilibre. Un calcul illustratif montre que les fluctuations de court terme de l'inflation induisent une volatilité vraisemblablement injustifiée dans l'estimation de la variation structurelle du taux d'endettement.

1. Introduction

Durant les deux dernières décennies, la question de la soutenabilité des finances publiques a gagné progressivement en importance dans la conduite des politiques budgétaires. Le souci de l'évolution du taux d'endettement a ainsi été au centre des préoccupations dès le traité de Maastricht qui a créé l'Union économique et monétaire. Avec la crise des dettes souveraines au sein de la zone euro, les craintes de défaut de paiement ont amené les autorités européennes à renforcer les dispositifs de convergence des États membres vers une situation des finances publiques soutenable.

Dans l'appréciation de la soutenabilité ou non de la politique budgétaire, plusieurs idées sont mises en avant. Tout d'abord et très pragmatiquement, la soutenabilité vise à prévenir le risque pour un gouvernement de ne pas pouvoir faire face à la dynamique endogène du taux d'endettement parce que l'assainissement exigé pour stopper cette dynamique ne serait, ni politiquement, ni économiquement, faisable ou souhaitable. On peut en effet arriver à une situation telle que les effets multiplicateurs sur le PIB et, en conséquence, sur les recettes fiscales des mesures d'assainissement budgétaire entraînent une augmentation du taux d'endettement. La crise des dettes souveraines a montré qu'il y avait tout à gagner d'agir préventivement avant d'en arriver à une situation à ce point paroxystique.

Ensuite, la soutenabilité des finances publiques évoque l'idée que, à long terme, une législation, un système de dépenses et de recettes devrait être finançable sans faire appel à de nouvelles taxes dans le futur et, ainsi, faire porter la responsabilité de l'équilibre budgétaire sur les générations futures. C'est cette préoccupation qui a mené les autorités européennes à intégrer la prévision du coût futur du vieillissement dans la détermination de l'objectif de solde budgétaire à moyen terme : le « medium term objective » (MTO) minimum.

Quelle que soit l'acceptation de la soutenabilité, la mesure de ce que l'on a appelé l'effet boule de neige ou l'effet boule de neige inversé est extrêmement importante. La constatation que la dynamique endogène du taux d'endettement conduit à une augmentation, une stabilisation ou une réduction de celui-ci est fondamentale dans le diagnostic qui sera porté sur la soutenabilité des finances d'un État.

Si cette dynamique est relativement simple à calculer année après année, elle sera malheureusement insuffisante pour guider adéquatement les gouvernements dans le type de politique, soit structurelle, soit conjoncturelle, à mener. En effet, la variation endogène du taux d'endettement sera très largement fonction des variations de court terme du PIB nominal (prix et volume) ainsi que, mais dans une moindre mesure (étant donné le poids des emprunts à long terme à taux fixes), du taux d'intérêt. D'où l'idée de mesurer la dynamique structurelle du taux d'endettement par rapport à un sentier d'équilibre indépendamment des mouvements cycliques autour de ce sentier d'équilibre. Le sentier d'équilibre du PIB, ou PIB potentiel, est estimé par la Commission européenne (CE) pour chaque pays et il conviendrait donc de définir la méthodologie qui permettrait de corriger la dynamique du taux d'endettement des effets du cycle. À ce stade, la Commission ne produit pas d'estimation du niveau général des prix d'équilibre, ni du taux d'intérêt d'équilibre, seul le PIB potentiel et l'output gap à prix constants sont estimés.

Cette étude propose une méthodologie de calcul de la dynamique structurelle du taux d'endettement en corrigeant les effets du cycle à prix constants et sans considérer d'effets cycliques sur le niveau général des prix ni sur le taux d'intérêt implicite de la dette.

Dans le contexte actuel, où le taux d'inflation et le taux d'intérêt atteignent des niveaux très bas, ne pas considérer d'effets cycliques sur ces variables est contestable. Une discussion approfondie de cet aspect de la dynamique structurelle du taux d'endettement est encore à mener. Certains arguments sont développés à la fin de cette étude.

L'étude est structurée de la manière suivante. Dans la section 2, l'on présente la décomposition traditionnelle de la variation du taux d'endettement. La section 3 propose une nouvelle décomposition de la variation du ratio d'endettement en une composante structurelle, une composante cyclique et une composante ponctuelle tandis que la section 4 fournit un chiffrage pour la Belgique sur base des Perspectives économiques de moyen terme du BFP de mai 2015. La section 5 compare la composante structurelle obtenue avec la variation du « cyclically-adjusted debt ratio » de la CE. La section 6 teste la sensibilité des résultats obtenus dans les sections précédentes dans des scénarios alternatifs d'ajustement budgétaire. La section 7 discute l'opportunité et les effets de la prise en compte d'un taux d'inflation et d'un taux d'intérêt structurels.

2. Présentation classique de la variation du taux d'endettement

La variation du taux d'endettement peut être représentée par l'équation suivante :

$$\frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t)Y_{t-1}} - \frac{SP_t}{Y_t} + \frac{SF_t}{Y_t} \quad (1)$$

où D représente le niveau de la dette, Y le PIB nominal, i le taux d'intérêt implicite, y le taux de croissance du PIB nominal, SP le solde primaire et SF l'ajustement stock-flux, c'est-à-dire les opérations influençant la dette sans influencer le solde de financement (e.g. les opérations financières).

La variation du taux d'endettement peut ainsi être décomposée en deux composantes : une variation endogène $\left(\frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t)Y_{t-1}} - \frac{SP_t}{Y_t}\right)$ et une variation exogène $\left(\frac{SF_t}{Y_t}\right)$. La variation endogène est fonction de l'écart entre le solde primaire requis pour stabiliser la dette $\left(\frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t)Y_{t-1}}\right)$, aussi appelé « dynamique intérêt-croissance », et le solde primaire $\left(\frac{SP_t}{Y_t}\right)$. On parle d'effet boule de neige (inversé) quand cet écart est positif (négatif).

Le tableau 1 reprend la variation du taux d'endettement dans les Perspectives économiques 2015-2020 de mai 2015. La variation endogène étant négative à partir de 2016, un effet boule de neige inversé est donc alors à l'œuvre.

Tableau 1 Décomposition de la variation du taux d'endettement : présentation classique^a
en p.c. du PIB sauf mention contraire

	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Dettes brute consolidée	104,4	106,5	106,9	106,6	105,9	104,7	103,3	101,6
Taux d'intérêt implicite (en p.c.)	3,1	3,0	2,7	2,4	2,3	2,1	2,0	1,9
Taux de croissance nominal du PIB (en p.c.)	1,8	1,8	2,3	2,5	2,6	2,8	2,8	2,9
Variation du taux d'endettement	0,6	2,1	0,4	-0,3	-0,7	-1,2	-1,5	-1,7
Variation endogène	1,1	1,4	0,4	-0,1	-0,6	-1,3	-1,6	-1,8
Solde primaire	0,3	-0,1	0,0	0,0	0,3	0,6	0,8	0,8
Dynamique intérêt-croissance	1,3	1,3	0,4	-0,1	-0,4	-0,8	-0,9	-1,0
Charges d'intérêt	3,2	3,1	2,8	2,5	2,3	2,2	2,0	1,9
Contribution de la croissance du PIB	-1,8	-1,8	-2,4	-2,6	-2,7	-2,9	-2,9	-2,9
Variation exogène (ajustement stock-flux)	-0,5	0,7	0,0	-0,1	-0,1	0,2	0,2	0,1

a. Source : Bureau fédéral du Plan, Perspectives 2015-2020 de mai 2015.

Cet effet boule de neige inversé se manifeste dans le cadre des hypothèses macroéconomiques et budgétaires de ces Perspectives, caractérisées notamment par la faiblesse des taux d'intérêt et par la résorption de l'output gap à moyen terme, compte tenu d'une différence positive entre la croissance économique effective et la croissance potentielle. Ainsi, la variation endogène du taux d'endettement inclut des éléments de nature cyclique, qu'il n'est pas possible d'isoler selon la méthodologie traditionnelle.

3. Une méthode d'estimation des composantes cyclique et structurelle de la variation du taux d'endettement

Dans cette section, nous proposons une méthode permettant d'approfondir l'analyse en distinguant trois composantes de la variation annuelle du taux d'endettement, à savoir la composante cyclique, la composante structurelle reflétant l'écart entre le solde primaire structurel et le solde primaire structurel permettant de stabiliser la dette (et donc les conditions structurelles d'un effet boule de neige) et la composante ponctuelle correspondant à la contribution des « one-offs » (les mesures non récurrentes et glissements ayant un effet sur le déficit) et de l'ajustement stock-flux (les facteurs sans impacts sur le déficit mais bien sur la dette).

Quelques manipulations algébriques (reprises en annexe) permettent de reformuler l'équation (1) de la manière suivante :

$$\frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} = \frac{(i_t - y_t^o)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} - \frac{SP_t}{Y_t^o} - \left[\frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \frac{D_t}{Y_t} - \frac{Y_{t-1} - Y_{t-1}^o}{Y_{t-1}^o} \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \right] + \frac{SF_t}{Y_t^o} \quad (2)$$

où Y^o est le PIB potentiel nominal et y^o son taux de croissance. Le PIB potentiel nominal est posé égal au produit du PIB potentiel en volume et du déflateur du PIB.

Dans l'équation (2), le solde primaire est exprimé en pourcent du PIB potentiel. Toutefois, en utilisant la méthodologie de la CE pour le calcul du solde structurel (Mourre et al., 2013), on peut faire apparaître le solde primaire potentiel en pourcent du PIB potentiel.

Ainsi, selon la méthodologie de la CE, le « cyclically-adjusted budget balance » se calcule comme suit¹ :

$$CAB_t = \frac{SP_t - i_t D_{t-1}}{Y_t} - \varepsilon \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \quad (3)$$

où ε est une semi-élasticité mesurant la réaction du solde de financement (et du solde primaire) exprimé en pourcent du PIB à l'output gap. Cette semi-élasticité est estimée à 0,61 pour la Belgique. En tenant en outre compte des one-offs (OO), c'est-à-dire des facteurs influençant ponctuellement le solde de financement, le solde primaire structurel SP^o exprimé en pourcent du PIB potentiel se calcule comme suit :

$$\frac{SP_t^o}{Y_t^o} = CAB_t + \frac{i_t D_{t-1}}{Y_t} - \frac{OO_t}{Y_t} = \frac{SP_t}{Y_t} - \varepsilon \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} - \frac{OO_t}{Y_t} \quad (4)$$

L'équation (4) peut être utilisée pour exprimer le solde primaire en pourcent du PIB potentiel.

$$\frac{SP_t}{Y_t^o} = \frac{SP_t^o}{Y_t^o} + \varepsilon \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} + \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \frac{SP_t}{Y_t} + \frac{OO_t}{Y_t} \quad (5)$$

¹ Dans la méthodologie de la CE, l'output gap correspond à l'écart entre le PIB potentiel et le PIB effective en volume et non en valeur comme ici. Ceci est toutefois sans impact sur le résultat étant donné l'hypothèse, posée ici, d'équivalence entre les déflateurs du PIB et du PIB potentiel.

En insérant l'équation (5) dans l'équation (2), on obtient

$$\frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} = \left[\frac{(i_t - y_t^o)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} - \frac{SP_t^o}{Y_t^o} \right] - \varepsilon \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} - \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \left[\frac{SP_t}{Y_t} - \frac{SF_t}{Y_t} \right] - \left[\frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \frac{D_t}{Y_t} - \frac{Y_{t-1} - Y_{t-1}^o}{Y_{t-1}^o} \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \right] + \frac{SF_t}{Y_t} - \frac{OO_t}{Y_t} \quad (6)$$

Étant donné les ordres de grandeur historiques et projetés de l'output gap, du solde primaire et des opérations stock-flux, $\frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \left[\frac{SP_t}{Y_t} - \frac{SF_t}{Y_t} \right] \approx 0$. Dès lors, l'on obtient l'approximation suivante pour la variation du taux d'endettement :

$$\frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \approx \underbrace{\left[\frac{(i_t - y_t^o)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} - \frac{SP_t^o}{Y_t^o} \right]}_{\text{Composante structurelle}} - \underbrace{\varepsilon \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o}}_{\text{Effet cyclique (numérateur)}} - \underbrace{\left[\frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \frac{D_t}{Y_t} - \frac{Y_{t-1} - Y_{t-1}^o}{Y_{t-1}^o} \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \right]}_{\text{Effet cyclique (dénominateur)}} + \underbrace{\frac{SF_t}{Y_t} - \frac{OO_t}{Y_t}}_{\text{Composante ponctuelle}} \quad (7)$$

À l'instar de la méthodologie de la CE qui permet d'expliquer la variation du solde de financement par des éléments structurels, cycliques et ponctuels, l'équation (7) permet d'établir cette distinction pour la variation du taux d'endettement.

La composante structurelle de la variation du taux d'endettement est constituée par la différence entre le solde primaire structurel requis $\left(\frac{(i_t - y_t^o)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} \right)$ et le solde primaire structurel en p.c. du PIB potentiel. Il s'agit donc de la variation endogène du taux d'endettement, mais calculée avec des paramètres structurels.

Rappelons que le taux d'intérêt implicite est ici supposé structurel, au sens qu'il n'est pas considéré comme affecté par le cycle tel que mesuré par la méthode de la CE. Cela n'implique pas que les niveaux actuels de taux d'intérêt doivent être considérés comme des taux d'équilibre à long terme. Il en est de même pour le taux d'inflation.

Le cycle économique influence le ratio d'endettement par deux canaux. Premièrement, la composante cyclique du solde de financement influe sur le montant de la dette (effet numérateur). Deuxièmement, la dette en pourcent du PIB se modifie en fonction de l'expansion ou de la contraction de l'output gap (effet dénominateur). Notons que, dans l'équation (7), l'effet numérateur est corrélé avec l'output gap tandis que l'effet dénominateur est corrélé avec la variation de l'output gap.

Enfin, la variation du taux d'endettement est également influencée par des facteurs ponctuels², qu'ils affectent directement la dette (ajustement stock-flux) ou qu'ils agissent d'abord sur le solde de financement (one-offs).

Rappelons que la méthode proposée ici a vocation à expliquer la variation du taux d'endettement et non à construire une dette structurelle en niveau.

² Rappelons qu'ils sont ici qualifiés de ponctuels dans la mesure où ils affectent ponctuellement la variation du taux d'endettement. Toutefois, leur impact sur le niveau d'endettement est permanent.

4. Application aux variations du taux d'endettement des Perspectives économiques 2015-2020

Le tableau 2 présente les composantes structurelle, cyclique et ponctuelle des variations du taux d'endettement des Perspectives économiques 2015-2020 du BFP. La composante structurelle de la variation du taux d'endettement apparaît négative durant la période sous revue (hormis en 2013 et 2015 où elle est nulle), d'où un effet boule de neige structurel inversé. Ceci découle essentiellement de la relative proximité entre le taux de croissance potentiel et le taux d'intérêt implicite dans un contexte de légers surplus primaires structurels. À partir de 2018, l'effet est accentué par le fait que la croissance potentielle nominale devient supérieure au taux d'intérêt implicite.

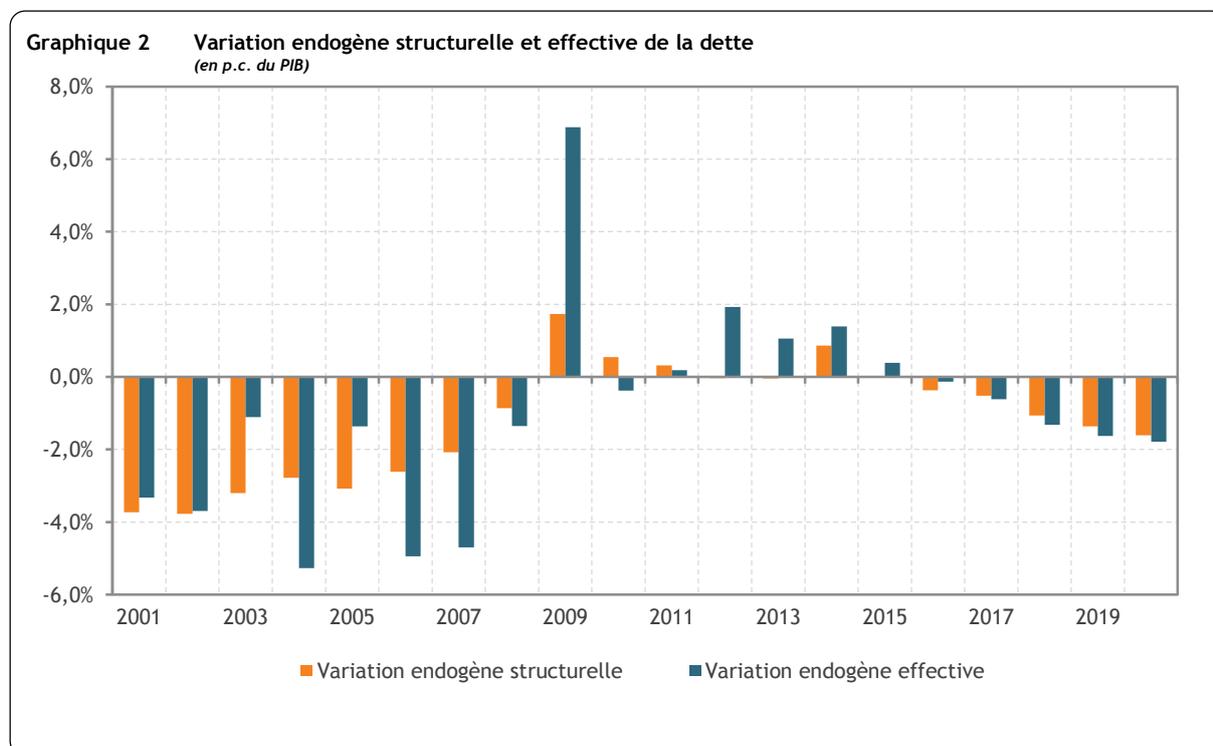
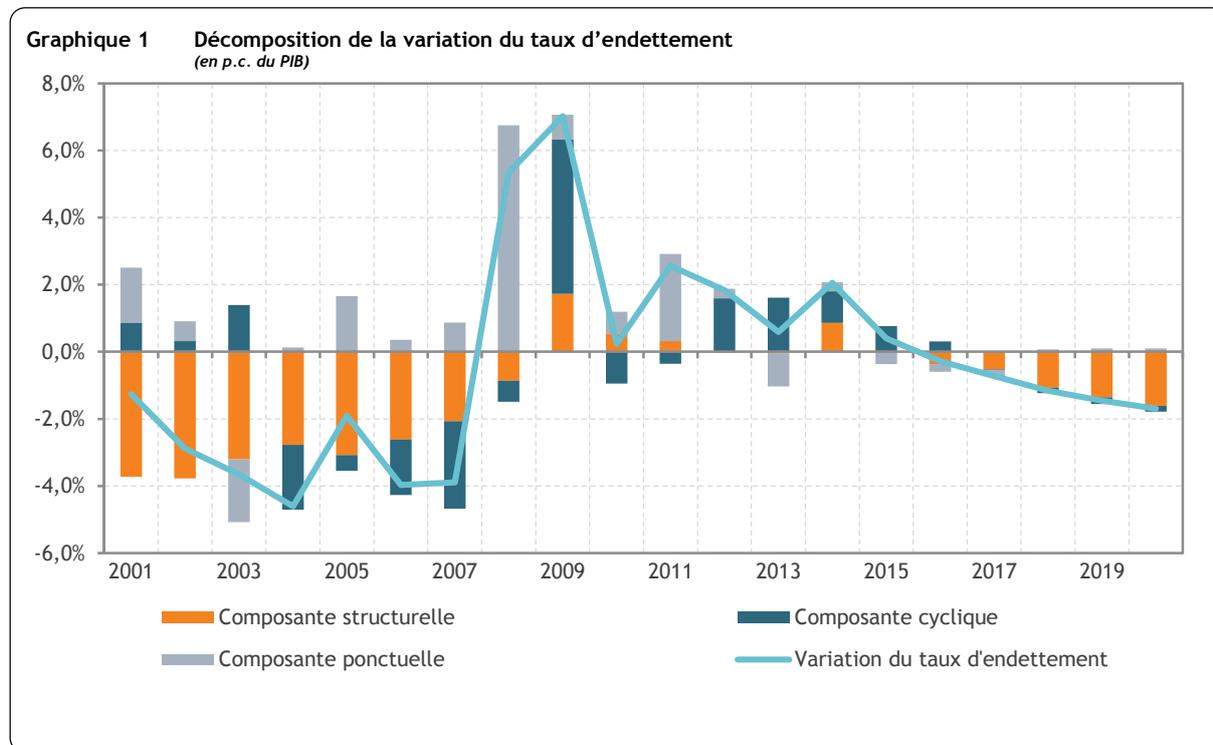
Au niveau de la composante cyclique, on note deux effets inverses. L'output gap négatif conduit à un déficit cyclique et à une hausse de l'endettement sur la période (effet numérateur). Par contre, la résorption de l'output gap à partir de 2014 permet à l'effet dénominateur de réduire le taux d'endettement. La composante cyclique (totale) poussant le taux d'endettement à la hausse jusqu'en 2016, l'effet boule de neige inversé se manifeste donc plus tard en termes effectifs (cf. tableau 1) qu'en termes structurels. Enfin, à l'exception de 2013, la composante ponctuelle joue un rôle limité dans la variation du taux d'endettement.

Tableau 2 Décomposition de la variation du taux d'endettement
(en p.c. du PIB)

	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Variation du taux d'endettement	0,6	2,1	0,4	-0,3	-0,7	-1,2	-1,5	-1,7
Composante structurelle	0,0	0,9	0,0	-0,4	-0,5	-1,1	-1,4	-1,6
Solde primaire structurel requis	0,7	1,3	0,5	0,2	0,1	-0,4	-0,6	-0,8
Contribution des charges d'intérêt	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3	2,1	2,0	1,9
Contribution de la croissance du PIB potentiel	-2,4	-1,7	-2,2	-2,3	-2,2	-2,5	-2,6	-2,7
Solde primaire structurel	0,7	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,8	0,8
Composante cyclique	1,6	0,9	0,7	0,3	0,0	-0,2	-0,2	-0,2
Effet numérateur	1,0	1,0	0,9	0,7	0,4	0,2	0,1	0,0
Effet dénominateur	0,6	0,0	-0,1	-0,4	-0,4	-0,4	-0,3	-0,1
Composante ponctuelle	-1,0	0,3	-0,4	-0,2	-0,2	0,1	0,1	0,1
Ajustement stock-flux	-0,5	0,7	0,0	-0,1	-0,1	0,2	0,2	0,1
One-offs	-0,5	-0,4	-0,4	-0,1	-0,1	-0,1	-0,1	0,0

Le graphique 1 présente la décomposition de la variation du taux d'endettement sur une période plus longue (2001-2020), sous l'hypothèse d'une semi-élasticité budgétaire constante à 0,61 sur l'ensemble de cette période. On note que l'essentiel de la réduction du ratio d'endettement au début des années 2000 est d'origine structurelle tandis que la dégradation observée ces dernières années est principalement d'origine cyclique et ponctuelle (sauvetage de banques en 2008 et plans d'aide européens en 2011). La baisse structurelle du taux d'endettement entre 2000 et 2008 a surtout été permise par un rythme de progression du PIB potentiel élevé comparativement aux taux d'intérêt. Cette dynamique intérêt-croissance a par contre été défavorable au cours des dernières années, la croissance potentielle réelle retombant à environ 1% (en volume) à partir de 2008, par rapport à un niveau moyen de 1,8% dans les années

précédentes. En projection de moyen terme, compte tenu des perspectives de croissance économique potentielle relativement faibles et d'augmentation modérée des prix, la réduction attendue de la composante structurelle du taux d'endettement à l'horizon 2019 est également moins importante que sur la période 2000-2008, malgré des taux d'intérêt en baisse.



Le graphique 2 compare l'effet boule de neige effectif (ou variation endogène effective) et l'effet boule de neige structurel (ou variation structurelle) sur la période 2001-2020. L'effet boule de neige inversé

observé sur la période 2001-2008 est en grande partie d'origine structurelle sauf lors des années 2004, 2006 et 2007 durant lesquelles la composante cyclique a joué un rôle favorable important. En 2009, l'augmentation structurelle du taux d'endettement est nettement plus modérée que la variation endogène effective. À partir de 2010, la variation structurelle est relativement limitée (sauf en fin de période) alors que la variation endogène effective connaît encore des valeurs significatives de 2012 à 2014.

5. Comparaison avec le « cyclically-adjusted debt ratio » de la Commission européenne

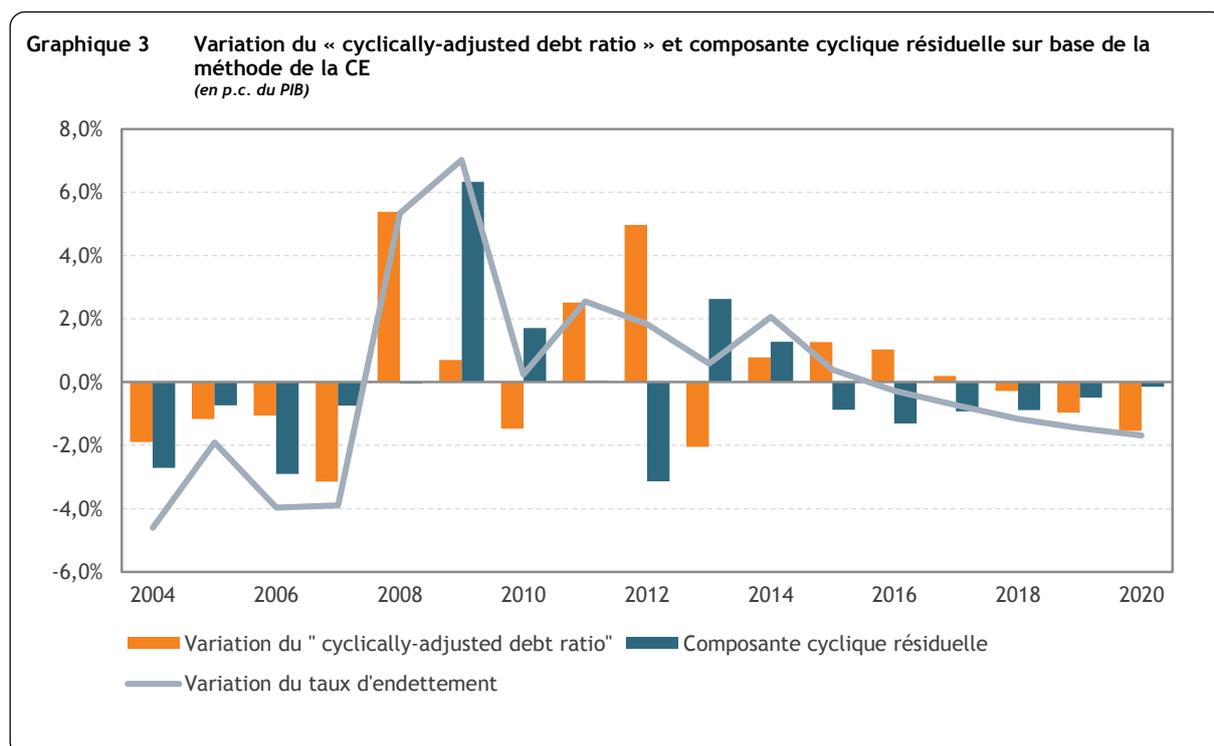
Le « six pack » a introduit un critère de dette dans le pacte de stabilité et de croissance. Ce critère est satisfait si la réduction annuelle (en moyenne sur une période de trois ans) du taux d'endettement est supérieure ou égale à un vingtième de l'écart entre le ratio d'endettement et la valeur de référence de 60%. Si cette réduction n'est pas atteinte, il est entre autres prévu d'examiner si le critère de dette aurait été vérifié sans les effets du cycle économique avant d'imposer d'éventuelles sanctions à un État. À cette fin, le « cyclically-adjusted debt ratio » est utilisé (European Commission, 2013).

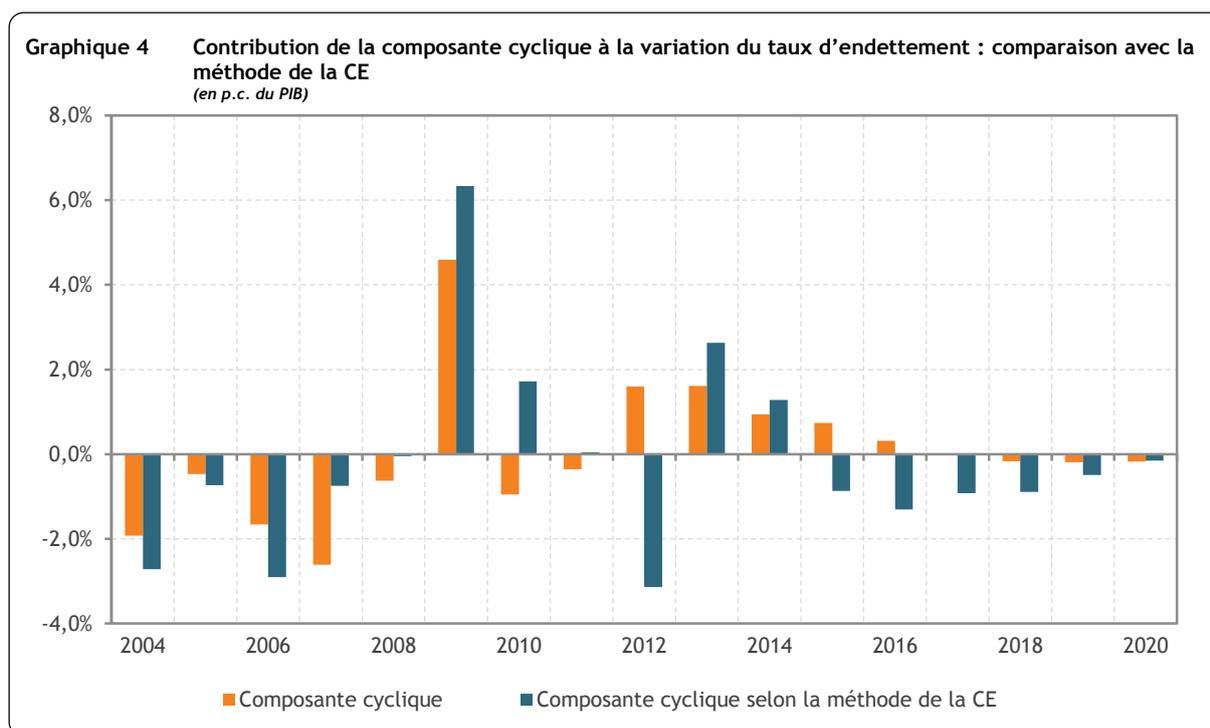
$$\left(\frac{D_t}{Y_t}\right)^{3\text{-years-adjusted}} = \frac{D_t + \sum_{j=0}^2 C_{t-j}}{Y_{t-3} \prod_{h=0}^2 (1 + y_{t-h}^o)} \quad (8)$$

où C_t est la composante cyclique du solde de financement lors de l'année t .

Le numérateur du ratio indique le niveau de la dette que l'on observerait lors de la période t si le solde cyclique avait été nul en t , $t-1$ et $t-2$. Le dénominateur, obtenu en multipliant le PIB nominal de la période $t-3$ par la croissance nominale du PIB potentiel entre la période $t-3$ et la période courante, est un proxy pour le PIB potentiel nominal.

Ce ratio a comme vocation d'être utilisé en niveau et non en différence dans le cadre de l'évaluation des trajectoires budgétaires des États membres. Néanmoins, la variation du « cyclically-adjusted debt ratio » peut être attribuée aux facteurs structurels et ponctuels tandis que la différence entre cette variation et celle du ratio d'endettement est imputable au cycle économique (composante cyclique résiduelle). Cette décomposition est présentée au graphique 3.





Le graphique 4 compare les variations du taux d'endettement imputables à la composante cyclique selon la méthode présentée ici et selon la méthode de la CE. Les écarts entre les résultats des deux méthodes peuvent être significatifs. En 2012, par exemple, la composante cyclique explique selon la méthode présentée ici une hausse du ratio d'endettement de 1,6 point de pourcentage, mais une baisse de 3,1 points de pourcentage selon la méthode de la CE. Or, puisque l'output gap négatif s'est creusé en 2012, la composante cyclique du solde de financement et l'effet dénominateur devraient conduire tous les deux à une hausse du taux d'endettement.

Trois éléments expliquent les écarts d'estimation entre les deux méthodes. Premièrement, le nombre d'années pris en compte dans les calculs est différent (années t et $t-1$ dans la méthode présentée ici, années $t-4$ à t dans la méthode CE). Deuxièmement, la méthode de la CE n'utilise pas le PIB potentiel comme dénominateur de son ratio mais un concept hybride (alors pourtant que le PIB potentiel est utilisé pour calculer la composante cyclique de solde de financement). Troisièmement, la méthode présentée ici prend en compte la composante cyclique du solde de financement de l'année t dans le calcul de la composante cyclique de la variation du taux d'endettement tandis que la méthode de la CE prend en compte la différence entre les composantes des années $t-2$ à t et les composantes des années $t-3$ à $t-1$.

À noter que, non seulement la méthode présentée ici produit un résultat plus raisonnable pour 2012, mais la composante cyclique est davantage corrélée à l'output gap en niveau et en variation que celle estimée avec la méthode de la CE (tableau 3).

Tableau 3 Coefficient de corrélation entre la composante cyclique et l'output gap et la variation de l'output gap sur la période 2004-2020

	Output gap	Variation de l'output gap
Composante cyclique ¹	-0,79	-0,89
Composante cyclique selon la méthode de la CE	-0,44	-0,66

¹ Rappelons que, dans la méthode présentée ici, les coefficients de corrélation de l'effet numérateur au niveau de l'output gap et de l'effet dénominateur à la variation de l'output gap sont tous deux de -1 par construction.

6. Impact de trajectoires budgétaires alternatives

Un petit modèle simple est utilisé pour évaluer l'impact d'une trajectoire budgétaire alternative (exprimée en termes structurels) sur les différentes composantes de la variation du taux d'endettement public. Les caractéristiques de ce modèle sont les suivantes :

- Les effets macroéconomiques induits par l'ajustement budgétaire sont représentés par un multiplicateur keynésien fixé, soit à zéro (absence d'effets induits), soit à 0,6 (ce qui correspond au multiplicateur moyen pour la Belgique sur base de variantes réalisées avec le modèle Hermes).
- La semi-élasticité budgétaire à l'output gap, fixée à 0,61, est reprise de la méthode de la CE.
- Le taux " d'effet retour ", c'est-à-dire l'écart en pourcentage entre l'ajustement ex post obtenu pour un ajustement ex ante donné, correspond au produit du multiplicateur et de la semi-élasticité budgétaire (soit 37% si le multiplicateur est de 0,6 et la semi-élasticité budgétaire de 0,61).
- En ce qui concerne l'effet de l'ajustement sur l'output potentiel, un choix entre deux hypothèses est proposé : soit une absence d'impact, soit un impact proportionnel à l'impact sur le PIB.
- Les variantes d'ajustement budgétaire sont supposées sans effet sur les prix et taux d'intérêt.

On considérera une trajectoire budgétaire alternative dans laquelle, à partir de 2016, le solde structurel ex post s'écarte de sa trajectoire dans la baseline à concurrence de 0,5% du PIB potentiel de plus chaque année (l'ajustement structurel total ex post atteignant ainsi 2,5% en 2020).

Trois scénarios sont distingués :

1. L'ajustement budgétaire n'a pas d'effets induits sur la croissance économique, ni effective ni potentielle (multiplicateur nul) ;
2. L'ajustement budgétaire affecte la croissance économique mais n'affecte pas la croissance économique potentielle ;
3. L'ajustement budgétaire affecte de la même manière la croissance économique effective et potentielle et laisse donc l'output gap inchangé.

Scénario 1 : multiplicateur nul

Tableau 4 Scénario 1 - Décomposition de la variation du taux d'endettement : écart par rapport à la baseline
(en p.c. du PIB)

	2016	2017	2018	2019	2020
Variation du taux d'endettement	-0,5	-1,0	-1,5	-1,9	-2,4
Composante structurelle	-0,5	-1,0	-1,5	-1,9	-2,4
Solde primaire structurel requis	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Contribution des charges d'intérêt	0,0	-0,0	-0,0	-0,1	-0,1
Contribution de la croissance du PIB potentiel	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1
Solde primaire structurel	0,5	1,0	1,5	1,9	2,4
Composante cyclique	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Effet numérateur	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Effet dénominateur	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Composante ponctuelle	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Ajustement stock-flux	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
One-offs	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
pm. Composante cyclique de la méthode de la CE	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Si le multiplicateur budgétaire est nul, l'ajustement budgétaire n'affecte ni le PIB ni l'output gap. Son impact sur la variation du taux d'endettement est uniquement structurel. Il est donc sans impact sur la composante cyclique de la variation du taux d'endettement (que celle-ci soit calculée selon la méthode présentée ici ou selon celle de la CE). À noter que l'impact sur le solde primaire structurel est légèrement inférieur à l'ajustement du solde structurel étant donné la réduction des charges d'intérêt consécutive à la réduction de la dette.

Scénario 2 : multiplicateur de 0,6 et PIB potentiel inchangé

Dans ce scénario, l'ajustement budgétaire affecte la croissance économique effective mais pas la croissance potentielle. Il s'ensuit que l'output gap et la composante cyclique sont affectés mais que, par contre, les conditions structurelles de l'effet boule de neige restent inchangées. Par conséquent, si la variation structurelle du taux d'endettement est pratiquement identique à celle du scénario 1, l'impact sur la variation effective du taux d'endettement est amoindrie par la détérioration de la composante cyclique.

On note que l'impact sur la composante cyclique selon la méthode présentée ici et selon celle de la CE est semblable les trois premières années. À partir de 2019, l'impact sur la composante cyclique calculée selon la méthode CE est plus faible étant donné qu'elle est fonction de la différence des composantes cycliques du solde de financement sur la période 2017-2019 et 2016-2018.

Tableau 5 Scénario 2 - Décomposition de la variation du taux d'endettement : écart par rapport à la baseline
(en p.c. du PIB)

	2016	2017	2018	2019	2020
Variation du taux d'endettement	0,0	-0,3	-0,6	-0,9	-1,3
Composante structurelle	-0,5	-1,0	-1,5	-2,0	-2,4
Solde primaire structurel requis	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Contribution des charges d'intérêt	0,0	-0,0	-0,0	-0,0	-0,1
Contribution de la croissance du PIB potentiel	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
Solde primaire structurel	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
Composante cyclique	0,5	0,7	0,8	1,0	1,2
Effet numérateur	0,2	0,4	0,5	0,7	0,9
Effet dénominateur	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Composante ponctuelle	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Ajustement stock-flux	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
One-offs	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
pm. Composante cyclique de la méthode de la CE	0,5	0,7	0,9	0,5	0,5

Scénario 3 : multiplicateur de 0,6 et output gap inchangé

Si l'ajustement budgétaire affecte le PIB et le PIB potentiel de la même manière, l'output gap est inchangé et la composante cyclique n'est pas affectée par l'ajustement budgétaire (c'est également le cas pour la composante cyclique calculée selon la méthode de la CE).

Dans ce scénario, l'ajustement budgétaire affecte négativement la croissance potentielle ce qui conduit à une augmentation du solde primaire structurel requis pour stabiliser le taux d'endettement. En conséquence, l'effet boule de neige structurel inversé est plus faible que dans les scénarios précédents.

Tableau 6 Scénario 3 - Décomposition de la variation du taux d'endettement : écart par rapport à la baseline
(en p.c. du PIB)

	2016	2017	2018	2019	2020
Variation du taux d'endettement	0,0	-0,5	-1,0	-1,5	-2,0
Composante structurelle	0,0	-0,5	-1,0	-1,5	-2,0
Solde primaire structurel requis	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Contribution des charges d'intérêt	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Contribution de la croissance du PIB potentiel	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Solde primaire structurel	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
Composante cyclique	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Effet numérateur	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Effet dénominateur	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Composante ponctuelle	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Ajustement stock-flux	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
One-offs	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
pm. Composante cyclique de la méthode de la CE	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

7. Faut-il prendre en compte un taux d'intérêt et un taux d'inflation d'équilibre ?

La composante structurelle de la dynamique du taux d'endettement qui peut être calculée à partir de l'équation (7) ne prend pas en considération la notion de prix d'équilibre : la croissance nominale du PIB potentiel y est égale à sa croissance en volume additionnée de l'évolution du déflateur du PIB observé ou prévu. Or, selon la courbe de Phillips, la croissance du niveau général des prix devrait être égale à l'inflation attendue plus un effet cyclique dépendant de la valeur de l'output gap. À l'équilibre, la variation des prix devrait donc être fonction de l'inflation anticipée, elle-même fonction de l'objectif d'inflation de la banque centrale. Ainsi, on pourrait légitimement utiliser l'objectif d'inflation de la banque centrale au lieu de la hausse des prix observée pour calculer la croissance du PIB potentiel nominal. Ceci signifierait que, lorsque l'inflation est supérieure à l'objectif, la composante structurelle de la dynamique du taux d'endettement ainsi redéfinie serait inférieure à celle qui a été calculée grâce à l'équation (7) et inversement. Une telle opération rendrait certainement mieux compte du niveau structurel de cette dynamique.

Notons que d'autres considérations interviennent également dans l'appréciation de la notion de prix d'équilibre. Il doit en effet être compatible avec l'égalisation de l'output potentiel et de l'output effectif pour un taux d'intérêt donné mais également avec un équilibre à long terme de la balance courante. Ainsi, supposons que la balance courante d'un pays de la zone euro connaisse un déficit insoutenable, le fait de ne tenir compte que de l'objectif d'inflation de la banque centrale dans le calcul de la composante structurelle sera trompeur car l'inflation devra être plus faible que dans les autres pays de la zone pour rétablir la soutenabilité de la balance courante. Une approche plus partielle, mais aussi plus pragmatique, pourrait alors être de n'appliquer une correction au taux d'inflation observé ou prévu que pour le montant de l'écart entre le taux d'inflation de la zone euro et l'objectif de la banque centrale.

L'équation (7) ne prend pas non plus en considération la notion de taux d'intérêt d'équilibre et recourt au taux d'intérêt implicite observé. Si le taux d'intérêt d'équilibre venait à s'éloigner du taux implicite, la composante structurelle de la dynamique du taux d'endettement telle que calculée ci-dessus peut toutefois rester réaliste à court moyen terme étant donné que les mouvements de taux d'intérêt ne se matérialisent dans le taux implicite que lentement en fonction des renouvellements d'emprunts. Toutefois, à plus long terme, si l'output revient à son niveau d'équilibre, on peut imaginer que la politique monétaire ou la prime de risque revienne à une position plus neutre. Il est difficile de déterminer, néanmoins, un taux d'intérêt d'équilibre à long terme. On sait, cependant, qu'il devrait être fonction de l'inflation anticipée dont on vient de dire qu'elle devrait s'établir au niveau de l'objectif de la banque centrale.

Si on modifie l'approche pour tenir compte d'un taux d'intérêt et d'un taux d'inflation d'équilibre, la composante structurelle de la dynamique d'endettement public exposée dans l'équation (7) peut être

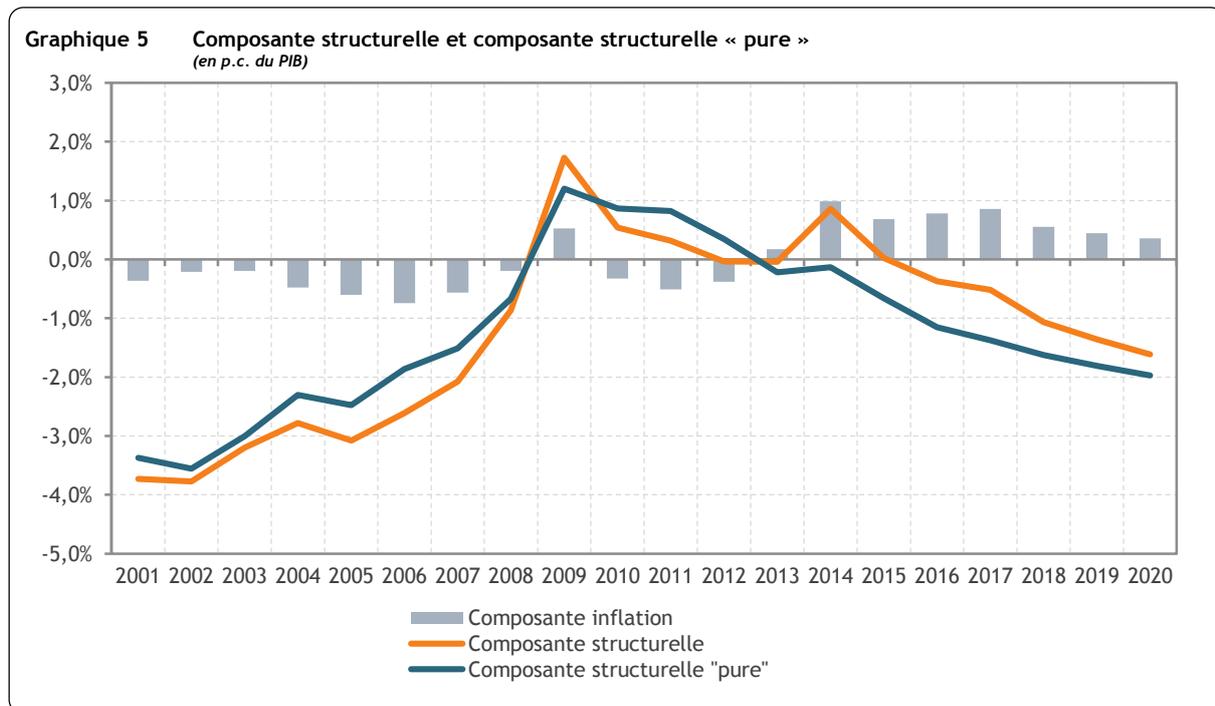
décomposée entre trois sous-composantes : une composante structurelle « pure », une composante « inflation » et une composante « intérêt ». En supposant que le solde primaire structurel est indépendant du niveau des prix, l'équation (9) présente cette décomposition³ :

$$\underbrace{\frac{(i_t - y_t^o)D_{t-1} - SP_t^o}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o - Y_t^o}}_{\text{Composante structurelle}} = \underbrace{\frac{(1 + i_t^o - (1 + y_t^{o0})(1 + p_t^o))D_{t-1} - SP_t^o}{(1 + y_t^{o0})(1 + p_t^o)Y_{t-1}^o}}_{\text{Composante structurelle pure}} + \underbrace{\frac{p_t^o - p_t}{1 + p_t^o} \left[\frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}^o} + \frac{(i_t^o - y_t^o)D_{t-1} - SP_t^o}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} \right]}_{\text{Composante "inflation"}} + \underbrace{\frac{(i_t - i_t^o)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o}}_{\text{Composante "intérêt"}} \quad (9)$$

où p_t est le taux d'inflation effectif et où y_t^{o0} est le taux de croissance du PIB potentiel à prix constants et avec $(1 + i_t^o) = (1 + r_t^o)(1 + p_t^o)$, où r_t^o est le taux d'intérêt réel d'équilibre et p_t^o le taux d'inflation d'équilibre. Notons que $(1 + y_t^{o0})(1 + p_t^o)Y_{t-1}^o$ n'est pas égal au PIB potentiel à prix courants de l'année t étant donné que l'inflation prise en compte est l'inflation d'équilibre.

Étant donné la difficulté d'évaluer le taux d'intérêt réel d'équilibre et étant donné que notre approche est de court-moyen terme, nous retiendrons à titre illustratif une hypothèse d'égalité entre le taux d'intérêt implicite nominal observé et le taux d'intérêt nominal d'équilibre ($i_t = i_t^o$) et un taux d'inflation d'équilibre de 1,7% correspondant à la moyenne des dernières années tout en étant en accord avec l'objectif de la banque centrale.

Le graphique 5 présente, sous ces hypothèses, une décomposition de la composante structurelle en une composante structurelle « pure » et une composante inflation. L'on constate que la prise en compte du rôle de l'inflation permet de lisser davantage l'évolution structurelle du taux d'endettement et de modérer l'évolution structurelle les années de forte ou faible inflation. La prise en compte de l'inflation peut également conduire à modifier le diagnostic. Ainsi, en 2014, la composante structurelle conduit à une baisse ou à une hausse du taux d'endettement selon que l'on prend ou non en compte le rôle de prix.



³ La composante « intérêt » contient un effet joint.

Références

Bureau fédéral du Plan (2015), *Perspectives économiques 2015-2020*.

European Commission (2013), *Vade mecum on the Stability and Growth Pact*, Occasional Papers 151.

Mourre, G., G.-M. Isbasoiu, D. Paternoster & M. Salto (2013), *The cyclically-adjusted budget balance used in the EU fiscal framework: an update*, Economic Paper 478, European Commission – Directorate-General for Economic and Financial Affairs.

Annexe

La présente annexe expose le détail des manipulations algébriques permettant de passer de l'équation (1) à l'équation (2).

$$\begin{aligned} \frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} &= \frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t)Y_{t-1}} - \frac{SP_t}{Y_t} + \frac{SF_t}{Y_t} \\ \frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} &= \frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t)Y_{t-1}} - \frac{SP_t}{Y_t} + \frac{SF_t}{Y_t} + \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \left[\frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \right] - \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \left[\frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \right] \\ \frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} &= \frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t)Y_{t-1}} - \frac{SP_t}{Y_t} + \frac{SF_t}{Y_t} + \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \left[\frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t)Y_{t-1}} - \frac{SP_t}{Y_t} + \frac{SF_t}{Y_t} \right] - \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \left[\frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \right] \\ \frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} &= \frac{Y_t}{Y_t^o} \left[\frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t)Y_{t-1}} - \frac{SP_t}{Y_t} + \frac{SF_t}{Y_t} \right] - \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \left[\frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \right] \\ \frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} &= \frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} - \frac{SP_t}{Y_t^o} - \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \left[\frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \right] + \frac{SF_t}{Y_t^o} \\ \frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} &= \frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} - \frac{SP_t}{Y_t^o} - \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \frac{D_t}{Y_t} + \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} + \frac{Y_{t-1} - Y_{t-1}^o}{Y_{t-1}^o} \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{Y_{t-1} - Y_{t-1}^o}{Y_{t-1}^o} \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} + \frac{SF_t}{Y_t^o} \\ \frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} &= \frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} - \frac{SP_t}{Y_t^o} - \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \frac{D_t}{Y_t} + \frac{(1 + y_t)D_{t-1}}{Y_t^o} + \frac{Y_{t-1} - Y_{t-1}^o}{Y_{t-1}^o} \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}^o} + \frac{SF_t}{Y_t^o} \\ \frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} &= \frac{(i_t - y_t)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} - \frac{SP_t}{Y_t^o} - \frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \frac{D_t}{Y_t} + \frac{(1 + y_t)D_{t-1}}{Y_t^o} + \frac{Y_{t-1} - Y_{t-1}^o}{Y_{t-1}^o} \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} - \frac{(1 + y_t^o)D_{t-1}}{Y_t^o} + \frac{SF_t}{Y_t^o} \\ \frac{D_t}{Y_t} - \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} &= \frac{(i_t - y_t^o)D_{t-1}}{(1 + y_t^o)Y_{t-1}^o} - \frac{SP_t}{Y_t^o} - \left[\frac{Y_t - Y_t^o}{Y_t^o} \frac{D_t}{Y_t} - \frac{Y_{t-1} - Y_{t-1}^o}{Y_{t-1}^o} \frac{D_{t-1}}{Y_{t-1}} \right] + \frac{SF_t}{Y_t^o} \end{aligned}$$