

# WORKING PAPER

# 20-04

## Quotients de mortalité prospectifs

M. Lambrecht, J.-M. Paul

Novembre 2004



**Bureau  
fédéral du Plan**

Analyses et prévisions économiques

Avenue des Arts 47-49

B-1000 Bruxelles

Tél.: (02)507.73.11

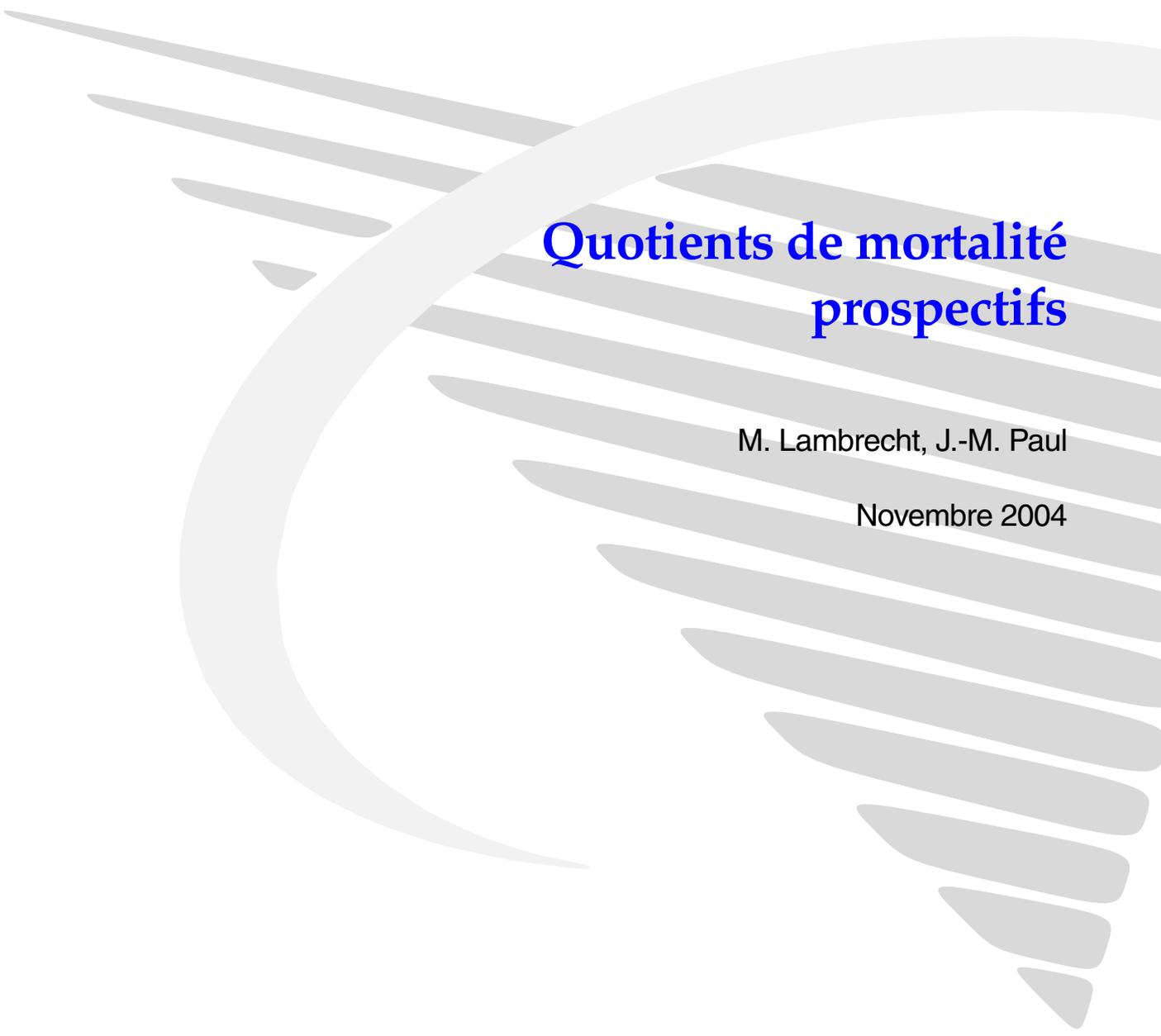
Fax: (02)507.73.73

E-mail: [contact@plan.be](mailto:contact@plan.be)

URL: <http://www.plan.be>

**.be**



An abstract graphic in the background consists of a large, light gray curved line that starts from the left and sweeps across the middle of the page. Below this curve, there are several parallel, slightly curved lines that resemble the fingers of a hand, extending from the center towards the right edge of the page.

# Quotients de mortalité prospectifs

M. Lambrecht, J.-M. Paul

Novembre 2004





## Le Bureau fédéral du Plan

Le Bureau fédéral du Plan (BfP) est un organisme d'intérêt public.

Le BfP réalise des études sur les questions de politique économique, socio-économique et environnementale.

A cette fin, le BfP rassemble et analyse des données, explore les évolutions plausibles, identifie des alternatives, évalue les conséquences des politiques et formule des propositions.

Son expertise scientifique est mise à la disposition du gouvernement, du parlement, des interlocuteurs sociaux, ainsi que des institutions nationales et internationales.

Le BfP assure à ses travaux une large diffusion. Les résultats de ses recherches sont portés à la connaissance de la collectivité et contribuent au débat démocratique.

## Internet

URL: <http://www.plan.be>

E-mail: [contact@plan.be](mailto:contact@plan.be)

## Publications

Publications récurrentes:

*Les perspectives économiques*

*Le budget économique*

*Le "Short Term Update"*

Planning Papers (les derniers numéros)

*L'objet des "Planning Papers" est de diffuser des travaux d'analyse et de recherche du Bureau fédéral du Plan.*

95 *Perspectives énergétiques pour la Belgique à l'horizon 2030*  
D. Gusbin, B. Hoornaert - Janvier 2004

96 *Coût budgétaire d'un chômeur de 1987 à 2002 - Une actualisation du Planning Paper 79 de septembre 1997*  
V. Bresseleers, N. Fasquelle, K. Hendrickx, L. Masure, M. Saintrain, B. Scholtus, P. Stockman - Septembre 2004

Working Papers (les derniers numéros)

17-04 *Duurzame ontwikkeling en bestaansmiddelen voor oude inactieven: een verkenning*  
J.-M. Frère - Septembre 2004

18-04 *Een kink in de kabel: de kosten van een storing in de stroomvoorziening*  
D. Devogelaer, D. Gusbin - Septembre 2004

19-04 *Demande maîtrisée d'électricité: Elaboration d'une projection à l'horizon 2020*  
D. Gusbin - Octobre 2004

Reproduction autorisée, sauf à des fins commerciales, moyennant mention de la source.

Editeur responsable: Henri Bogaert  
Dépôt légal: D/2004/7433/37

---

La cellule stratégique du Ministre des Pensions a demandé au Bureau fédéral du Plan (BfP) de préparer, en collaboration avec l'Institut national de Statistique (INS) devenu Direction 'Statistique et Information économique' du Service Public fédéral Economie, les tables de mortalité prospectives à utiliser comme référence pour les règles d'actualisation lors de la conversion d'un capital en rente dans le cadre de la loi du 28 avril 2003 relative aux pensions complémentaires.

Ce rapport dresse l'état des travaux menés, de septembre 2003 à février 2004, en collaboration avec un groupe de travail constitué de représentants de la Commission Bancaire, Financière et des Assurances (CBFA), de l'Association Royale des Actuaires de Belgique (ARAB), de professeurs de l'UCL ayant antérieurement travaillé avec l'ARAB dans la définition de tables prospectives, de l'INS et du BfP.

---



## Table des Matières

<b>I</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
	A. Résumé	1
	B. Cadre institutionnel	1
	C. Données	2
<b>II</b>	<b>Méthodologie du BfP et résultats</b>	<b>3</b>
	A. Introduction	3
	B. Méthodologie	4
	1. Résumé	4
	2. Notations	4
	3. Lissage des séries	4
	4. Modélisation des $q_{x,t}$	5
	C. Résultats	10
	1. Choix des paramètres et hypothèses	10
	2. Valeurs des alpha et bêta	11
	3. Profils des $q_{x,t}$ sur les divers âges	12
	4. Valeurs des $q_{x,t}$ par âge	13
	5. Valeurs des espérances de vie par âge ( $E_{x,t}$ )	16
	D. Observation: Vers une convergence de l'espérance de vie à la naissance des hommes et des femmes?	19
<b>III</b>	<b>Méthodologie UCL et comparaison BfP-UCL</b>	<b>21</b>
	A. Méthodologie de l'UCL	21
	B. Comparaison des méthodes BfP-UCL	22
	C. Comparaison des résultats BfP-UCL	22
<b>IV</b>	<b>Comparaison des espérances de vie par âge dans diverses sources</b>	<b>31</b>

V	Approche par génération	33
	A. Profils des $q_{x,t}$ par génération	33
	B. Espérances de vie par génération	34
VI	Annexe	37
	Liste des participants au groupe de travail	37



# Introduction

## A. Résumé

Cette étude propose une approche originale pour la projection des quotients de mortalité. La démarche recourt à deux méthodes différentes : la première, pour les âges pour lesquels les données observées fournissent une tendance claire, exploite des méthodes d'estimation et de lissage classiques des quotients âge par âge. La seconde, pour les âges supérieurs, pour lesquels les données ont un caractère plus erratique, repose sur une formulation mathématique qui prolonge de manière harmonieuse les résultats obtenus par la première méthode.

Les projections des quotients de mortalité obtenues ont été confrontées avec les résultats de la méthode Lee-Carter calculés par l'UCL sur base des mêmes données. Les deux approches, bien que méthodologiquement différentes, fournissent des résultats similaires.

Les résultats obtenus ont été analysés et comparés à des exercices antérieurs. Ils ont ensuite été exploités pour calculer des espérances de vie générationnelles jusqu'en 2100.

## B. Cadre institutionnel

La loi du 28 avril 2003 relative aux pensions complémentaires et au régime fiscal de celles-ci et de certains avantages complémentaires en matière de sécurité sociale (M.B. du 15.05.2003, erratum au M.B. du 16.05.2003) prévoit dans ses arrêtés royaux d'exécution (M.B. du 14.11.2003) que "... les règles d'actualisation utilisées [pour la conversion d'un capital en rente] ne peuvent conduire à un résultat inférieur à celui que l'on obtiendrait au moyen des tables de mortalité belges prospectives telles qu'établies par la CBFA sur base des dernières études démographiques effectuées par l'Institut national de Statistique et le Bureau fédéral du Plan."

A cette occasion, le Bureau fédéral du Plan, en concertation avec la Direction 'Statistique et Information économique' du Service Public fédéral Economie dénommée ci-après 'INS', a revu la méthodologie de prévision des quotients de mortalité afin de l'affiner, tout en reprenant les observations les plus récentes.

Les actuaires ayant manifesté leur intérêt à participer à ces travaux, un groupe de travail s'est constitué avec des représentants de la Commission Bancaire, Financière et des Assurances (CBFA), de l'Association Royale des Actuaires de Belgique (ARAB), de professeurs de l'UCL ayant antérieurement travaillé avec l'ARAB dans

la définition de tables prospectives, de l'INS et du BfP. Un sous-groupe a plus particulièrement accompagné la mise en œuvre de quotients de mortalité prospectifs actualisés au BfP, notamment en comparant les méthodes développées par le Professeur Denuit de l'UCL et celles choisies par le BfP. On trouvera en annexe à ce document, au point VI, la liste des participants au groupe et au sous-groupe de travail.

## C. Données

Le quotient de mortalité, ou  $q_{x,t}$ , est défini comme dans les tables de mortalité construites par l'INS. Il représente la probabilité pour une personne ayant atteint l'âge  $(x - 1)$  au 1er janvier de l'année  $t$  de décéder au cours de l'année, donc avant le 1er janvier de l'année  $(t+1)$ , date à laquelle elle aurait atteint l'âge  $x$ .

Le BfP a fourni une base de quotients de mortalité ( $q_{x,t}$ ) par âge et par sexe pour la période 1948-2001 pour la Belgique :

- ils ont été calculés par le BfP pour les années 1948-1993 sur base des données de population et de décès de l'INS et conformément à la méthodologie de l'INS, car les tables établies par l'INS pour cette période étaient uniquement pluriannuelles ;
- les calculs annuels établis depuis 1994 par l'INS ont été repris pour les années 1994-2001.



## Méthodologie du BfP et résultats

### A. Introduction

Il a été décidé, après réflexion, de projeter les  $q_{x,t}$  par âge et par sexe en retenant comme variable explicative le temps qui le mieux encore synthétise les évolutions intervenant aux divers moments de la vie, que ce soient les grands progrès au niveau de la mortalité infantile, les accidents frappant les jeunes conducteurs, les progrès soutenus de la médecine vers les âges de 45-60 ans (réduction des maladies cardio-vasculaires et des cancers notamment) et une réduction progressive de la mortalité aux âges plus élevés. L'analyse par génération (en fonction de l'année de naissance) n'apportait pas suffisamment de solidité aux estimations.

Sans être finalement utilisée dans le modèle mis au point, la table biologique de Duchêne-Wunsch<sup>1</sup> établie en 1988 a été utilisée comme point de contrôle. Cette table donne des quotients de mortalité identiques pour hommes et femmes qui résulteraient d'une réduction de toutes les maladies évitables et des accidents. Elle conduit à des quotients de mortalité nuls jusqu'à l'âge de 36 ans et à une espérance de vie à la naissance de 91,44 ans.

Les conditions de mortalité s'étant fort améliorées après les années soixante, la modélisation retenue ici se base sur les données à partir de l'année 1970 pour mieux refléter le rythme récent des progrès.

L'estimation se base sur les données observées pour tous les âges jusqu'à 89 ans.

Au-delà de ces âges, vu le peu d'observations et le comportement erratique des  $q_{x,t}$  aux âges élevés, on procède à une prolongation de la courbe des  $q_{x,t}$  sur les divers âges de chaque année au moyen d'une courbe tendant vers la limite de 1 mais à un âge très élevé, 130 ans pour les hommes et 140 ans pour les femmes avec encore un gain de 5 ans au cours du siècle. Ces hypothèses ont été retenues afin de respecter les tendances apparentes des  $q_{x,t}$  observés, en ayant le souci de ne pas atteindre des  $q_{x,t}$  trop élevés aux âges que normalement la population ne devrait pas dépasser au cours du siècle à venir.

D'après le démographe Michel Poulain qui suit de près la mortalité aux grands âges et qui a pu voir les travaux du BfP, il est en effet peu vraisemblable de dépasser des quotients de 0,60 même aux âges les plus élevés, et, sauf exception notoire du genre " Jeanne Calment ", l'âge maximum ne devrait pas en fait dépasser 114 ans au cours de ce siècle.

---

1. Duchêne, J. et Wunsch, G., "From the demographer's cauldron: single decrement life tables and the span of life", Genus, XLIV, 3-4, 1988, 1-17.

## B. Méthodologie

### 1. Résumé

L'approche proposée définit deux méthodes de projection des  $q_{x,t}$ , l'une pour les âges pour lesquels une tendance claire se dessine dans les observations, l'autre pour les âges supérieurs, pour lesquels les observations sont plus erratiques. Dans la première méthode, deux jeux de paramètres sont estimés sur base des données observées. Dans la seconde méthode, une formule générale de calcul est proposée.

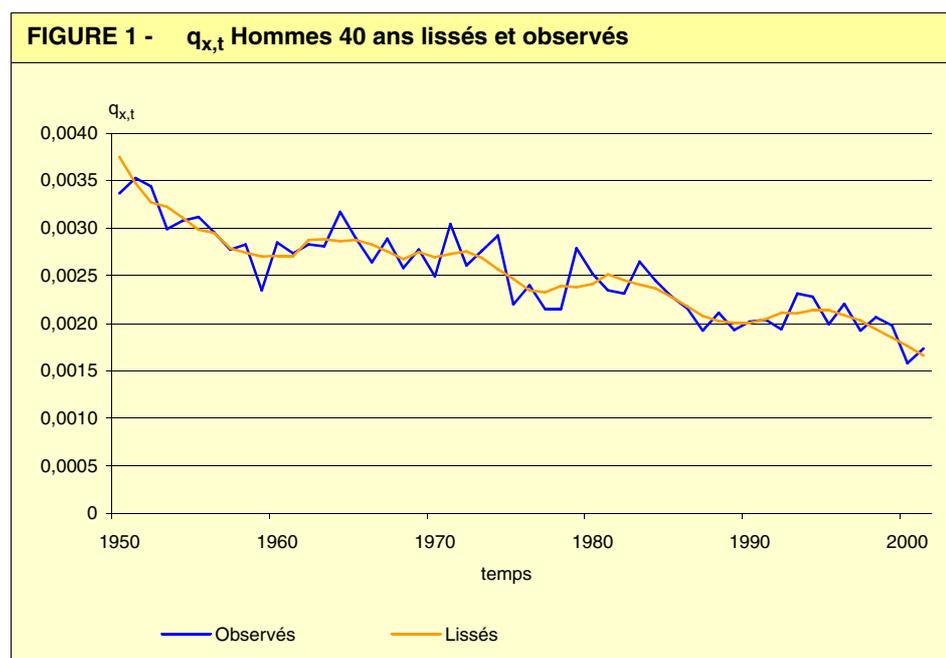
Le même exercice est reproduit pour les deux sexes.

### 2. Notations

- $x$  indique un âge
- $t$  indique une année calendrier
- $q_{x,t}$  représente la probabilité pour une personne ayant atteint l'âge  $(x - 1)$  au 1er janvier de l'année  $t$  de décéder au cours de l'année, donc avant le 1er janvier de l'année  $(t+1)$ , date à laquelle elle aurait atteint l'âge  $x$ .

### 3. Lissage des séries

Les observations sont disponibles entre 1948 et 2001. On lisse les séries sur le temps par une méthode de moyenne mobile géométrique. Le graphique suivant montre l'effet du lissage sur les  $q_{x,t}$  des hommes de 40 ans.



#### 4. Modélisation des $q_{x,t}$

Le modèle général est exprimé sous la forme d'une exponentielle négative :

$$q_{x,t} = e^{\alpha_x + \beta_x t} \quad (1)$$

où

- $0 \leq q_{x,t} \leq 1, \forall x, \forall t$
- $\alpha_x \leq 0, \forall x$
- $\beta_x \leq 0, \forall x$

$\alpha_x$  est donc le logarithme de la valeur de départ de  $q_{x,t}$ , soit  $\ln(q_{x,0})$ .  
 $\beta_x$  indique la vitesse de décroissance de  $q_{x,t}$  en fonction de  $t$ .

Les données ne présentant une tendance claire que jusqu'à un certain âge (plus ou moins 90 ans), ce modèle ne peut être estimé valablement que pour  $x < 90$ . Pour les valeurs supérieures de  $x$ , une autre méthode d'évaluation des  $\alpha_x$  et  $\beta_x$  est proposée.

##### a. Méthode 1 pour les âges inférieurs à 90 ans : estimation basée sur les séries observées de $q_{x,t}$ par âge

L'estimation des coefficients s'effectue en trois étapes.

###### *Etape 1: estimation par une méthode OLS*

Les coefficients  $\alpha_x$  et  $\beta_x$  sont estimés pour chaque âge  $x$  par une méthode des moindres carrés après passage au logarithme.

En raison de la modification du comportement observé pour les séries à partir du début des années '70, années à partir desquelles on a observé une nette amélioration dans les conditions de mortalité, la période d'estimation retenue est 1970-2001.

###### *Etape 2: lissage des $\beta_x$*

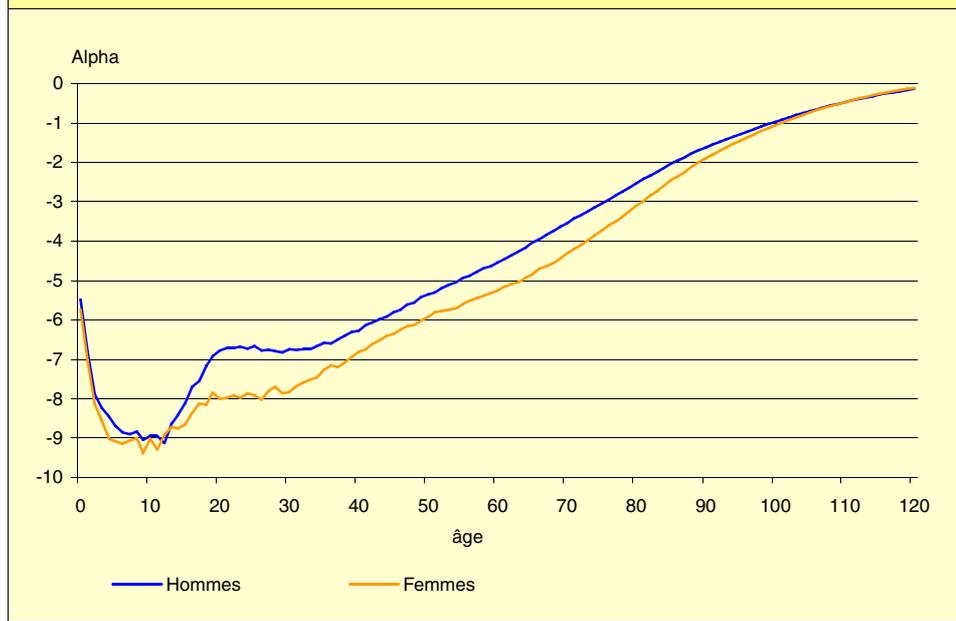
Après estimation, on procède à un lissage des  $\beta_x$  par une méthode de moyenne géométrique. Ce lissage permet une transition naturelle d'une courbe  $q_{x,t}$  à la suivante, en évitant, d'une part, les chocs dans la courbe des  $\beta_x$  et, d'autre part, le croisement à long terme des courbes consécutives des  $q_{x,t}$ .

###### *Etape 3: calibrage des $\alpha_x$*

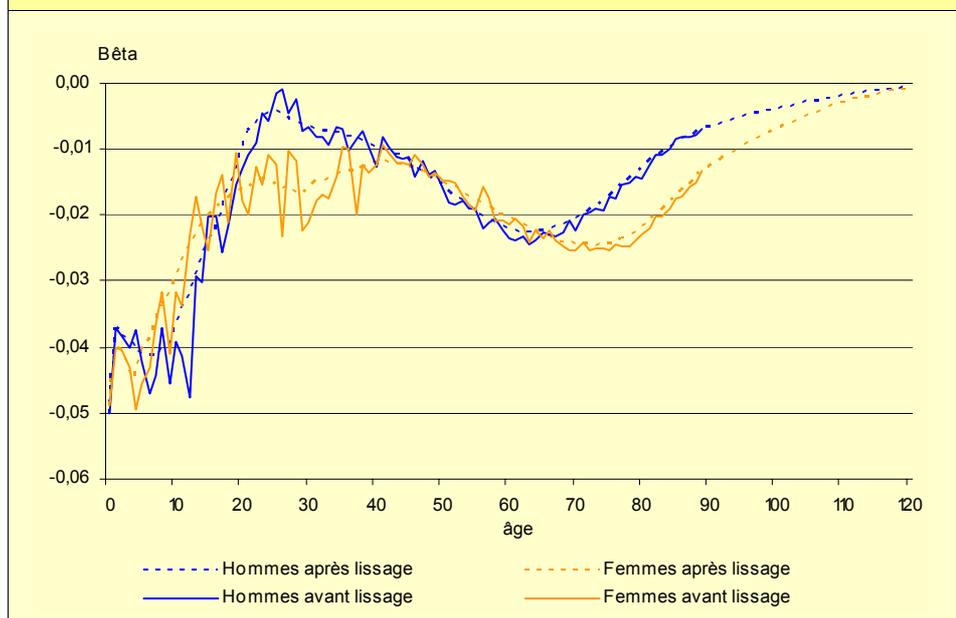
Les  $\alpha_x$  sont ensuite réestimés sur la période 1994-2001 en gardant les  $\beta_x$  constants, de sorte que les courbes estimées "s'accrochent" correctement aux dernières valeurs observées.

Les figures 2 et 3 représentent graphiquement les valeurs des  $\alpha_x$  et  $\beta_x$  résultant de ces calculs jusqu'à l'âge de 89 ans. Les valeurs au-delà de 89 ans résultent des calculs exposés dans le point **b** ci-après.

**FIGURE 2 - Valeurs estimées des alpha pour les hommes et les femmes**



**FIGURE 3 - Valeurs estimées des bêta pour les hommes et les femmes avant et après lissage**



**b. Méthode 2 pour les âges de 90 ans et plus : prolongation calculée des valeurs des  $\alpha_x$  et  $\beta_x$**

Pour les âges élevés, on ne dispose pas de données pour les  $q_{x,t}$ , ou uniquement de données erratiques. En supposant que le même modèle exponentiel s'applique à ces grands âges, il s'agit d'élaborer une formule pour le calcul des valeurs de  $\alpha_x$  et  $\beta_x$  pour  $x \geq 90$ .

La démarche s'effectue en deux étapes: d'abord en considérant constants les âges limites, c'est-à-dire les âges auxquels la probabilité de décès vaut 1, puis en généralisant les formules pour des âges limites croissant dans le temps.

*Âges limites constants*

Soit

- $\tilde{x}$  l'âge limite, tel que  $q_{\tilde{x},t} = 1, \forall t$
- $x_0$  le dernier âge couvert par la méthode 1 (cf. point a)

On a donc :

$$q_{\tilde{x},t} = e^{\alpha_{\tilde{x}} + \beta_{\tilde{x}}t} = 1 \quad (2)$$

Il s'en suit que :

$$\alpha_{\tilde{x}} = \beta_{\tilde{x}} = 0 \quad (3)$$

En partant des  $\alpha_{x_0}$  et  $\beta_{x_0}$  du dernier âge estimé  $x_0$ , on fait décroître  $\alpha_x$  et  $\beta_x$  vers 0 par les formules suivantes :

$$\alpha_x = \alpha_{x_0} \lambda_x^\zeta \quad (4)$$

$$\beta_x = \beta_{x_0} \lambda_x^\zeta \quad (5)$$

où

$$\lambda_x = \frac{(\tilde{x} - x)}{(\tilde{x} - x_0)} \quad (6)$$

et

$$\zeta > 0 \quad (7)$$

La formule (1) devient donc pour les âges supérieurs à  $x_0$  :

$$q_{x,t} = e^{\alpha_{x_0} \lambda_x^\zeta + \beta_{x_0} \lambda_x^\zeta \times t} \quad (8)$$

La valeur de  $\zeta$ , qui détermine la vitesse de décroissance des  $\alpha_x$  et  $\beta_x$ , et, partant, des  $q_{x,t}$ , est calculée plus loin.

### Ages limites croissants

On peut aisément généraliser les formules précédentes pour intégrer l'augmentation des âges limites. On remarquera que, dans ce cas, les coefficients  $\alpha_x$  et  $\beta_x$  dépendent de  $t$  pour  $x > x_0$ .

Soit:

- $\theta$  le gain d'âge limite par année ( $\Delta \tilde{x}_t = \theta$ )
- $t_0$  la dernière année observée

En généralisant (6), on obtient :

$$\lambda_{x,t} = \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x_0)} \quad (9)$$

et (4) et (5) deviennent respectivement :

$$\alpha_{x,t} = \alpha_{x_0} \lambda_{x,t}^{\zeta} \quad (10)$$

$$\beta_{x,t} = \beta_{x_0} \lambda_{x,t}^{\zeta} \quad (11)$$

La forme générale des  $q_{x,t}$  avec incorporation de l'augmentation des âges limites ne dépend plus que de valeurs connues, de  $\zeta$  et de  $t$ . Elle s'écrit:

$$q_{x,t} = e^{\alpha_{x_0} \left[ \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x_0)} \right]^{\zeta} + \beta_{x_0} \left[ \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x_0)} \right]^{\zeta} t} \quad (12)$$

### Détermination de $\zeta$

Le coefficient  $\zeta$  est calculé de telle sorte que la dérivée de  $q_{x,t}$  par rapport à  $x$  en  $x_0 + 1$  soit identique à celle en  $x_0$ , ce qui peut s'écrire de façon discrète :

$$\left. \frac{\Delta q_{x,t}}{\Delta x} \right|_{x_0+1} = \left. \frac{\Delta q_{x,t}}{\Delta x} \right|_{x_0} \quad (13)$$

soit

$$\frac{q_{(x_0+1),t} - q_{x_0,t}}{x_0+1 - x_0} = \frac{q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t}}{x_0 - (x_0-1)} \quad (14)$$

et donc

$$q_{(x_0+1),t} = 2q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t} \quad (15)$$

Par ailleurs, il suit de (8) que

$$\ln(q_{(x_0+1),t}) = \alpha_{x_0} \lambda_{(x_0+1),t}^{\zeta} + \beta_{x_0} \lambda_{(x_0+1),t}^{\zeta} \times t \quad (16)$$

$$\ln(q_{(x_0+1),t}) = \lambda_{(x_0+1),t}^{\zeta} (\alpha_{x_0} + \beta_{x_0} \times t) \quad (17)$$

$$\ln(q_{(x_0+1),t}) = \lambda_{(x_0+1),t}^{\zeta} \ln(q_{x_0,t}) \quad (18)$$

Par conséquent :

$$\zeta_t = \frac{\ln\left(\frac{\ln(q_{(x_0+1),t})}{\ln(q_{x_0,t})}\right)}{\ln(\lambda_{(x_0+1),t})} \quad (19)$$

En introduisant (15) et en transformant (9) pour  $x = x_0 + 1$  on obtient finalement la formule générale suivante pour  $\zeta_t$  :

$$\zeta_t = \frac{\ln\left(\frac{\ln(2q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t})}{\ln(q_{x_0,t})}\right)}{\ln\left(1 - \frac{1}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t - t_0) - x_0)}\right)} \quad (20)$$

Les valeurs de  $\alpha_{x,t}$  et  $\beta_{x,t}$  sont donc déterminées, pour les âges élevés, par les formules (21) et (22) qui dépendent :

- du temps,
- de  $x_0$ , dernier âge d'estimation,
- de  $q_{x_0}$  et  $q_{x_0-1}$ , valeurs des  $q_{x,t}$  aux derniers âges pour lesquels il y a une estimation (méthode 1),
- de  $t_0$ , dernière année de la période d'estimation,
- de  $\tilde{x}_{t_0}$ , âge limite pour la dernière année de la période d'estimation (hypothèse à fixer),
- de  $\theta$ , gain d'âge limite par année calendrier (hypothèse à fixer),
- de  $\alpha_{x_0}$  et  $\beta_{x_0}$ , valeurs des coefficients calculés pour le dernier âge estimé par la méthode 1.

Les valeurs de  $\alpha_{x,t}$  et  $\beta_{x,t}$  ne dépendent donc plus que de valeurs calculées par les estimations précédentes (cf. méthode 1 au point a) et d'hypothèses à fixer.

$$\alpha_{x,t} = \alpha_{x_0} \left( \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x_0)} \right)^{\left( \frac{\ln \left( \frac{\ln(2q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t})}{\ln(q_{x_0,t})} \right)}{\ln \left( 1 - \frac{1}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x_0)} \right)} \right)} \quad (21)$$

$$\beta_{x,t} = \beta_{x_0} \left( \frac{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x)}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x_0)} \right)^{\left( \frac{\ln \left( \frac{\ln(2q_{x_0,t} - q_{(x_0-1),t})}{\ln(q_{x_0,t})} \right)}{\ln \left( 1 - \frac{1}{(\tilde{x}_{t_0} + \theta(t-t_0) - x_0)} \right)} \right)} \quad (22)$$

Ces définitions, replacées dans (23), permettent d'obtenir une valeur projetée de  $q_{x,t}$ .

$$q_{x,t} = e^{\alpha_{x,t} + \beta_{x,t}t} \quad (23)$$

## C. Résultats

### 1. Choix des paramètres et hypothèses

Les paramètres et hypothèses retenus pour la simulation sont présentés dans le tableau suivant :

Paramètres	Valeurs pour la projection
période d'estimation initiale	1970-2001
nombre de périodes de lissage des bêta à partir de $\beta_2$	6 périodes
$x_0$ : dernier âge pour lequel $\beta_x$ et $\alpha_x$ sont estimés	89 ans
$t_0$ : dernière année de la période d'estimation	2001
Hypothèses	Valeurs pour la projection
$\tilde{x}_{t_0}$ : âge limite en $t_0$ pour les hommes	130 ans
$\tilde{x}_{t_0}$ : âge limite en $t_0$ pour les femmes	140 ans
$\theta$ : gain d'âge limite par année calendrier	0,05 années

## 2. Valeurs des alpha et bêta

L'application des paramètres fixés ci-dessus à la méthode développée plus haut fournit une série de coefficients  $\alpha_{x,t}$  et  $\beta_{x,t}$  pour les hommes et pour les femmes. Ces coefficients, repris au tableau 1 ci-après, permettent d'obtenir les valeurs des  $q_{x,t}$  pour tous les âges et toutes les années par la formule (1) jusqu'à 89 ans et par les formules (21) à (23) au-delà.

Il faut noter qu'à partir de 90 ans, les coefficients varient en fonction du temps. Pour ces âges, les valeurs reprises dans le tableau sont  $\alpha_{x,t_0+1}$  et  $\beta_{x,t_0+1}$ , soit celles de l'année de départ de la projection.

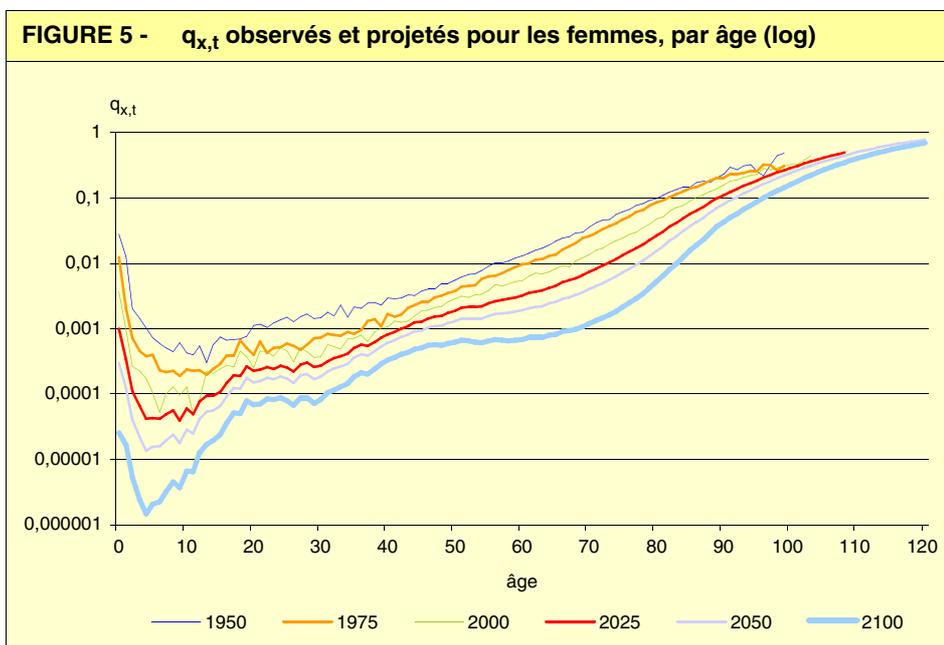
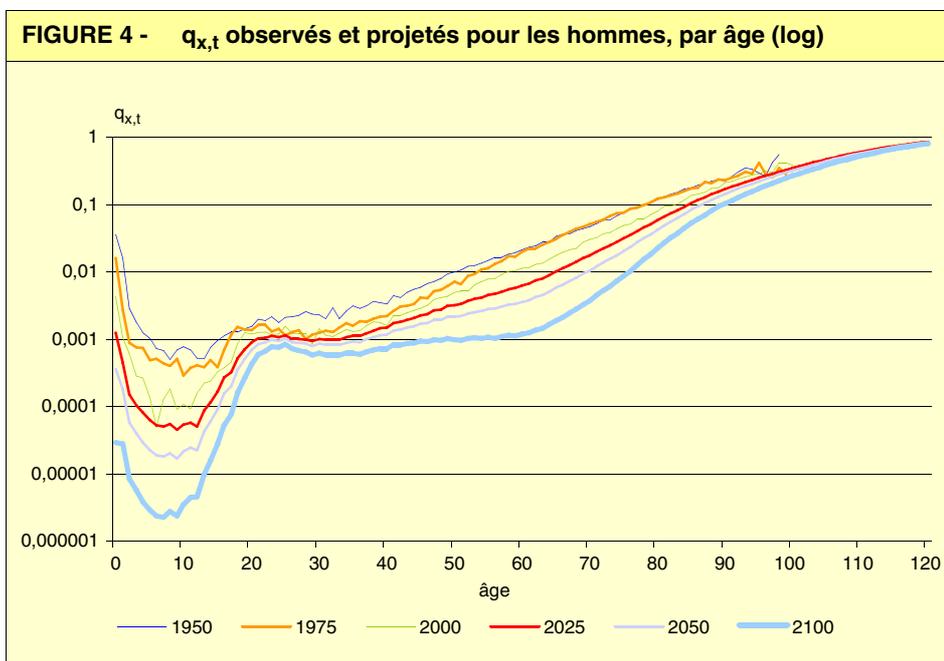
**TABEAU 1 - Valeurs des alpha et bêta estimés et calculés**

Ages	Hommes		Femmes		Ages	Hommes		Femmes		Ages	Hommes		Femmes	
	Alpha	Bêta	Alpha	Bêta		Alpha	Bêta	Alpha	Bêta		Alpha	Bêta	Alpha	Bêta
0	-5,482	-0,050	-5,734	-0,049	40	-6,278	-0,010	-6,813	-0,012	80	-2,528	-0,013	-3,102	-0,022
1	-6,807	-0,037	-7,037	-0,040	41	-6,120	-0,010	-6,740	-0,012	81	-2,420	-0,012	-2,981	-0,021
2	-7,878	-0,038	-8,138	-0,041	42	-6,069	-0,010	-6,616	-0,012	82	-2,330	-0,011	-2,834	-0,020
3	-8,232	-0,039	-8,565	-0,044	43	-5,980	-0,011	-6,522	-0,012	83	-2,238	-0,010	-2,716	-0,019
4	-8,442	-0,041	-9,019	-0,044	44	-5,908	-0,011	-6,398	-0,012	84	-2,135	-0,010	-2,585	-0,018
5	-8,682	-0,041	-9,082	-0,041	45	-5,798	-0,012	-6,352	-0,013	85	-2,032	-0,009	-2,455	-0,017
6	-8,852	-0,041	-9,138	-0,039	46	-5,732	-0,013	-6,234	-0,013	86	-1,942	-0,009	-2,348	-0,016
7	-8,891	-0,041	-9,056	-0,036	47	-5,601	-0,013	-6,158	-0,013	87	-1,862	-0,008	-2,233	-0,015
8	-8,841	-0,040	-8,990	-0,034	48	-5,552	-0,014	-6,125	-0,014	88	-1,767	-0,007	-2,105	-0,014
9	-9,046	-0,039	-9,380	-0,032	49	-5,416	-0,015	-6,009	-0,014	89	-1,688	-0,007	-1,996	-0,013
10	-8,945	-0,036	-9,016	-0,029	50	-5,356	-0,016	-5,909	-0,015	90	-1,616	-0,007	-1,898	-0,013
11	-8,942	-0,034	-9,281	-0,027	51	-5,296	-0,017	-5,802	-0,015	91	-1,544	-0,006	-1,803	-0,012
12	-9,126	-0,032	-8,907	-0,024	52	-5,179	-0,017	-5,765	-0,016	92	-1,474	-0,006	-1,711	-0,011
13	-8,642	-0,029	-8,713	-0,023	53	-5,101	-0,018	-5,745	-0,017	93	-1,406	-0,006	-1,622	-0,011
14	-8,417	-0,027	-8,752	-0,021	54	-5,036	-0,019	-5,708	-0,017	94	-1,339	-0,005	-1,535	-0,010
15	-8,126	-0,024	-8,653	-0,020	55	-4,925	-0,019	-5,593	-0,018	95	-1,273	-0,005	-1,452	-0,010
16	-7,692	-0,022	-8,365	-0,019	56	-4,875	-0,020	-5,508	-0,018	96	-1,209	-0,005	-1,371	-0,009
17	-7,561	-0,019	-8,113	-0,018	57	-4,782	-0,021	-5,453	-0,019	97	-1,147	-0,005	-1,294	-0,009
18	-7,172	-0,016	-8,150	-0,018	58	-4,677	-0,021	-5,388	-0,020	98	-1,086	-0,004	-1,219	-0,008
19	-6,923	-0,013	-7,845	-0,016	59	-4,632	-0,022	-5,322	-0,020	99	-1,026	-0,004	-1,146	-0,008
20	-6,771	-0,010	-8,005	-0,016	60	-4,534	-0,022	-5,244	-0,021	100	-0,968	-0,004	-1,076	-0,007
21	-6,711	-0,007	-7,966	-0,016	61	-4,458	-0,022	-5,156	-0,021	101	-0,911	-0,004	-1,009	-0,007
22	-6,708	-0,006	-7,905	-0,015	62	-4,352	-0,023	-5,082	-0,022	102	-0,856	-0,003	-0,945	-0,006
23	-6,673	-0,005	-7,967	-0,015	63	-4,269	-0,023	-5,036	-0,022	103	-0,802	-0,003	-0,883	-0,006
24	-6,732	-0,005	-7,863	-0,015	64	-4,172	-0,023	-4,920	-0,022	104	-0,750	-0,003	-0,824	-0,006
25	-6,661	-0,004	-7,904	-0,016	65	-4,040	-0,022	-4,847	-0,023	105	-0,699	-0,003	-0,767	-0,005
26	-6,776	-0,005	-8,023	-0,016	66	-3,947	-0,022	-4,705	-0,023	106	-0,650	-0,003	-0,712	-0,005
27	-6,760	-0,005	-7,794	-0,016	67	-3,847	-0,022	-4,635	-0,024	107	-0,603	-0,002	-0,660	-0,004
28	-6,784	-0,006	-7,707	-0,016	68	-3,751	-0,021	-4,546	-0,024	108	-0,557	-0,002	-0,611	-0,004
29	-6,824	-0,006	-7,862	-0,017	69	-3,630	-0,021	-4,441	-0,024	109	-0,513	-0,002	-0,563	-0,004
30	-6,749	-0,006	-7,824	-0,016	70	-3,550	-0,021	-4,318	-0,024	110	-0,470	-0,002	-0,518	-0,003
31	-6,761	-0,007	-7,689	-0,015	71	-3,424	-0,020	-4,197	-0,024	111	-0,429	-0,002	-0,476	-0,003
32	-6,744	-0,007	-7,581	-0,015	72	-3,332	-0,019	-4,099	-0,025	112	-0,390	-0,002	-0,435	-0,003
33	-6,737	-0,007	-7,528	-0,014	73	-3,240	-0,019	-3,978	-0,025	113	-0,352	-0,001	-0,397	-0,003
34	-6,656	-0,007	-7,457	-0,014	74	-3,151	-0,018	-3,865	-0,025	114	-0,316	-0,001	-0,360	-0,002
35	-6,586	-0,008	-7,256	-0,014	75	-3,040	-0,017	-3,733	-0,024	115	-0,282	-0,001	-0,326	-0,002
36	-6,595	-0,008	-7,148	-0,013	76	-2,952	-0,016	-3,604	-0,024	116	-0,250	-0,001	-0,294	-0,002
37	-6,495	-0,008	-7,202	-0,013	77	-2,832	-0,015	-3,504	-0,024	117	-0,219	-0,001	-0,264	-0,002
38	-6,402	-0,009	-7,076	-0,013	78	-2,734	-0,015	-3,373	-0,023	118	-0,190	-0,001	-0,236	-0,002
39	-6,312	-0,009	-6,934	-0,012	79	-2,641	-0,014	-3,243	-0,022	119	-0,163	-0,001	-0,210	-0,001
40	-6,278	-0,010	-6,813	-0,012	80	-2,528	-0,013	-3,102	-0,022	120	-0,138	-0,001	-0,185	-0,001

### 3. Profils des $q_{x,t}$ sur les divers âges

Les figures 4 et 5 fournissent les profils des  $q_{x,t}$  pour diverses années de 1950 à 2100.

Les projections poursuivent les progrès enregistrés dans le passé récent, en soulignant les différences d'ampleur d'après les âges et le sexe. La mortalité infantile continue à diminuer, ainsi que la mortalité aux âges jeunes. Chez les jeunes adultes de 18 à 30 ans, âges particulièrement marqués par les accidents difficilement compressibles, il y a progrès, mais très modeste, surtout chez les hommes. La baisse de la mortalité resterait spécialement marquée entre 45 et 75 ans aussi bien chez les hommes que chez les femmes. Chez les plus âgés, il y aurait encore progrès. Au-delà de 90 ans, vu l'insuffisance d'observations et la méthode d'extrapolation utilisée, si on note une légère amélioration, il est cependant trop tôt pour se prononcer en faveur d'une réduction très significative de la mortalité.

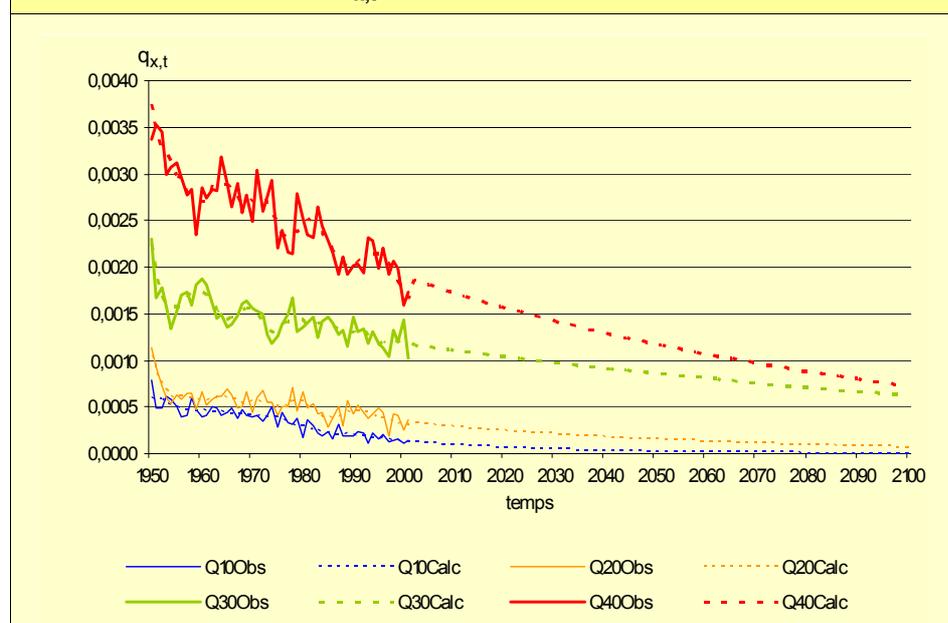


#### 4. Valeurs des $q_{x,t}$ par âge

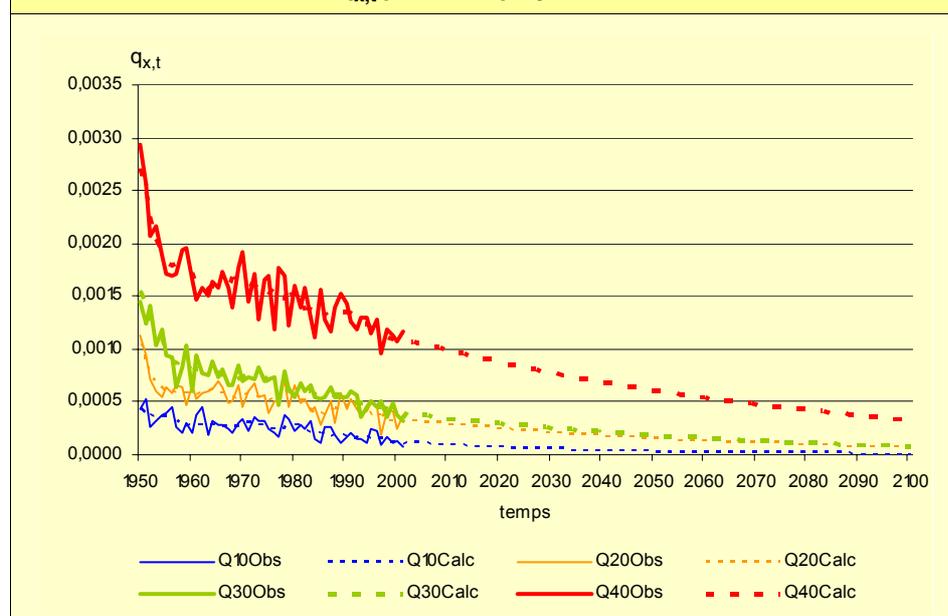
Les graphiques suivants présentent pour divers âges les valeurs des  $q_{x,t}$  observés depuis 1948 (non lissés et lissés) et les valeurs projetées à partir de 2002. Pour les âges de 90 ans et plus, le petit nombre d'observations rend les courbes pour le passé plus erratiques.

On constate que les courbes calculées prolongent de manière satisfaisante les observations récentes aussi bien en tendance qu'au point de départ de la simulation.

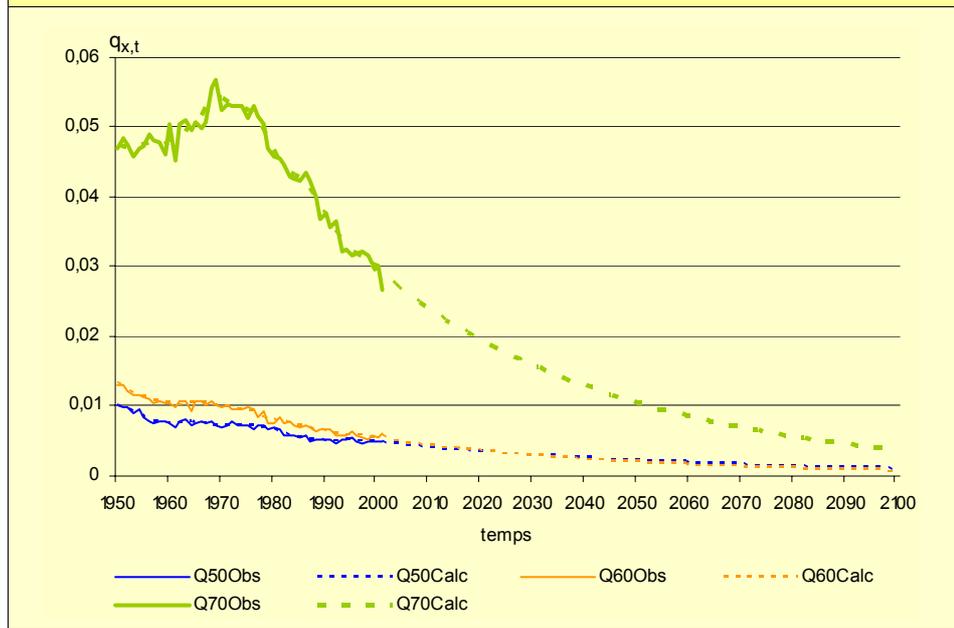
**FIGURE 6 - Courbes des  $q_{x,t}$  passés et projetés: Hommes de 10 à 40 ans**



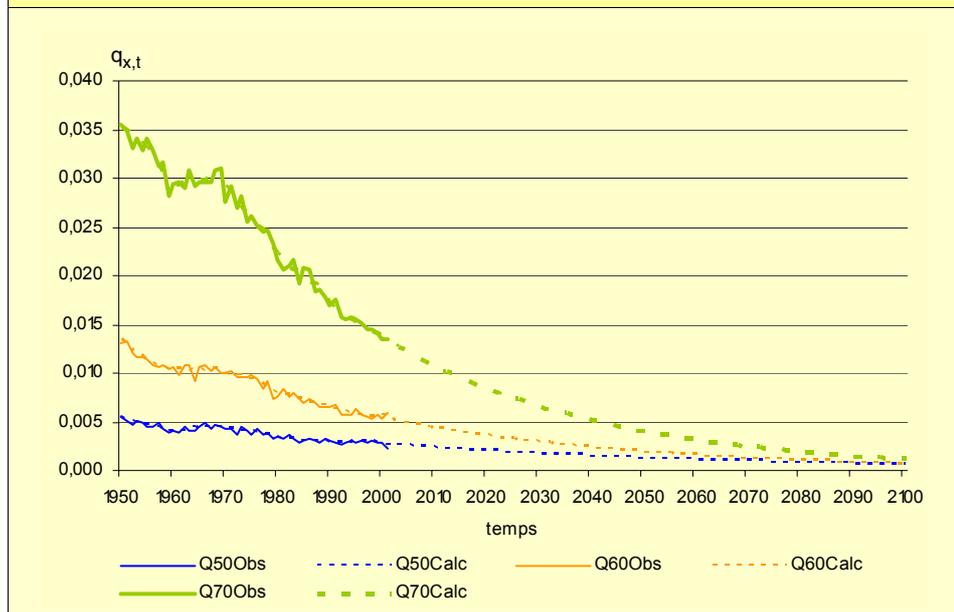
**FIGURE 7 - Courbes des  $q_{x,t}$  passés et projetés: Femmes de 10 à 40 ans**



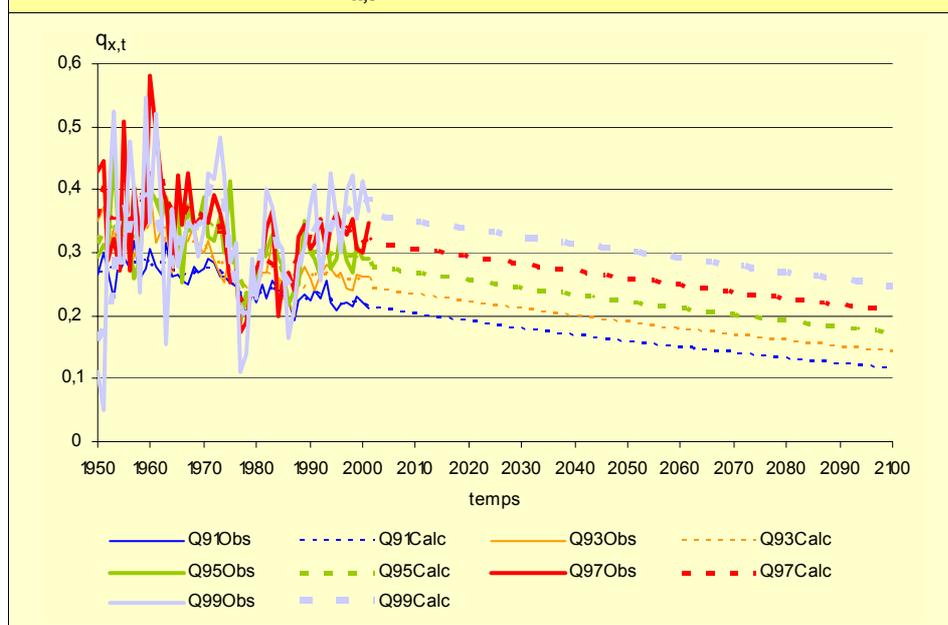
**FIGURE 8 - Courbes des  $q_{x,t}$  passés et projetés: Hommes de 50 à 70 ans**



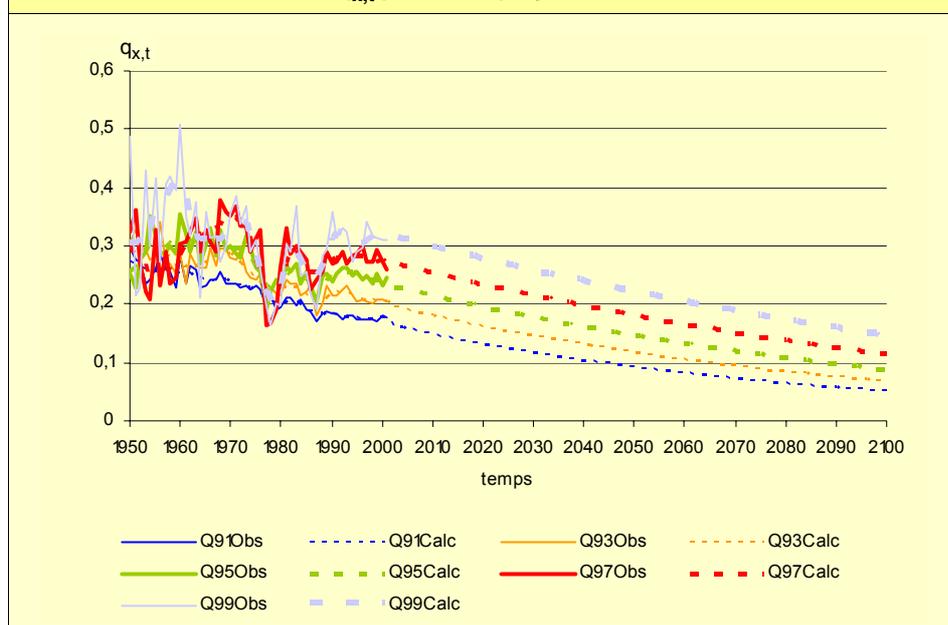
**FIGURE 9 - Courbes des  $q_{x,t}$  passés et projetés: Femmes de 50 à 70 ans**



**FIGURE 10 - Courbes des  $q_{x,t}$  passés et projetés: Hommes au-delà de 90 ans**



**FIGURE 11 - Courbes des  $q_{x,t}$  passés et projetés: Femmes au-delà de 90 ans**



### 5. Valeurs des espérances de vie par âge ( $E_{x,t}$ )

L'espérance de vie à l'âge  $x$  ( $E_{x,t}$ ), telle que calculée dans les tables de mortalité officielles, est le nombre moyen d'années restant à vivre à la personne de cet âge, en fonction des conditions de mortalité du moment.

L'espérance de vie est obtenue par la formule suivante :

$$E_{x,t} = 0,5 + \frac{\sum_{i=x+1}^{\tilde{x}_t} \left( \prod_{j=0}^{i-1} (1 - q_{j,t}) \right)}{x-1} \text{ pour } x > 0 \quad (24)$$

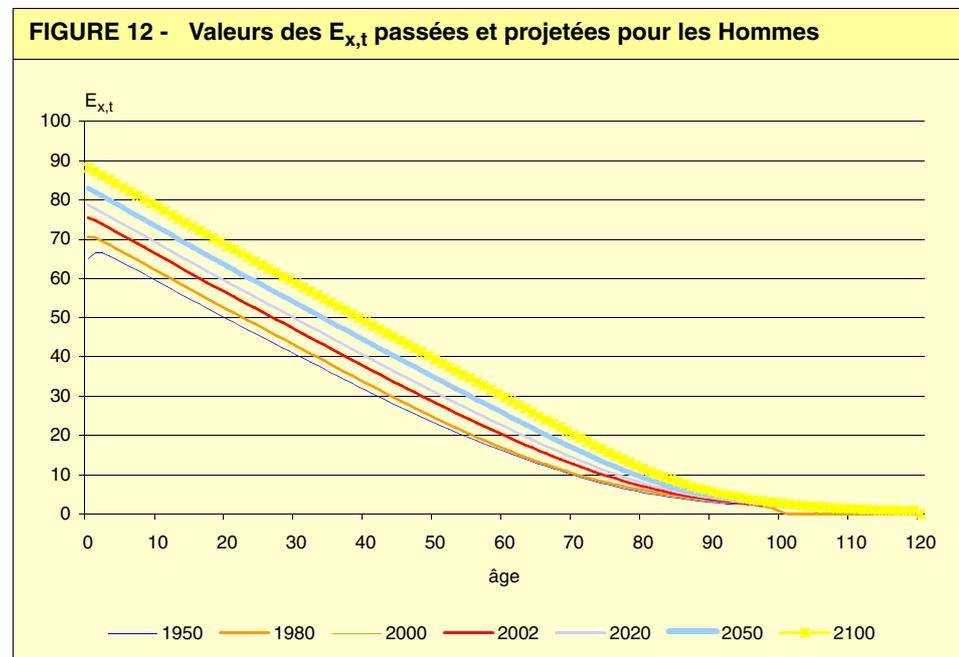
$$\prod_{j=0}^{\tilde{x}_t} (1 - q_{j,t})$$

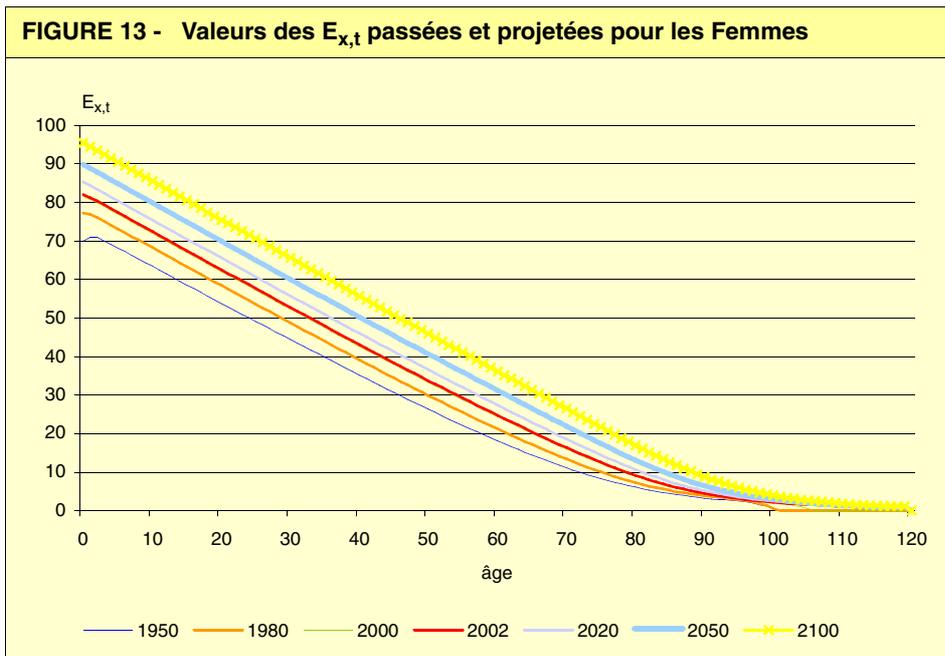
et

$$E_{0,t} = 0,5 + \sum_{i=1}^{\tilde{x}_t} \left( \prod_{j=0}^{i-1} (1 - q_{j,t}) \right) \quad (25)$$

où  $\tilde{x}_t$  est l'âge limite à l'année  $t$ .

Les deux graphiques suivants montrent une évolution assez constante de l'espérance de vie aux divers âges à peu près jusqu'à 75 ans. Au-delà, le gain se réduit significativement.





Les deux tableaux suivants fournissent les valeurs des espérances de vie à divers âges au cours de la période 1950-2100 pour les hommes et pour les femmes.

**TABLEAU 2 - Espérances de vie des hommes à divers âges**

	1950	1975	2000	2025	2050	2075	2100
0	65,11	69,39	75,14	79,44	82,93	85,79	88,16
20	49,66	51,38	55,91	59,77	63,09	65,88	68,22
40	31,51	32,64	37,08	40,85	44,06	46,74	48,98
60	15,89	15,97	19,79	22,83	25,52	27,80	29,74
65	12,73	12,68	15,98	18,61	21,01	23,10	24,93
80	5,44	5,72	6,94	8,10	9,27	10,42	11,56
90	2,97	3,25	3,47	4,08	4,58	5,12	5,69

**TABLEAU 3 - Espérances de vie des femmes à divers âges**

	1950	1975	2000	2025	2050	2075	2100
0	70,06	75,90	81,51	86,16	89,86	92,92	95,51
20	53,81	57,43	62,10	66,40	69,97	72,98	75,54
40	35,20	38,13	42,63	46,80	50,26	53,19	55,70
60	18,12	20,32	24,36	28,11	31,23	33,90	36,21
65	14,42	16,31	20,08	23,58	26,54	29,10	31,33
80	6,08	6,84	8,88	11,11	13,15	15,09	16,93
90	3,16	3,61	4,26	5,38	6,46	7,61	8,83

Le gain d'espérance de vie pour les hommes sur la période 2000-2050 serait :

- de 7,79 ans à 0 an
- de 7,18 ans à 20 ans
- de 6,98 ans à 40 ans
- de 5,73 ans à 60 ans
- de 2,33 ans à 80 ans

pour respectivement 10,03 ans, 6,25 ans, 5,57 ans, 3,90 ans et 1,50 ans de 1950 à 2000.

Le gain d'espérance de vie pour les femmes sur la période 2000-2050 serait :

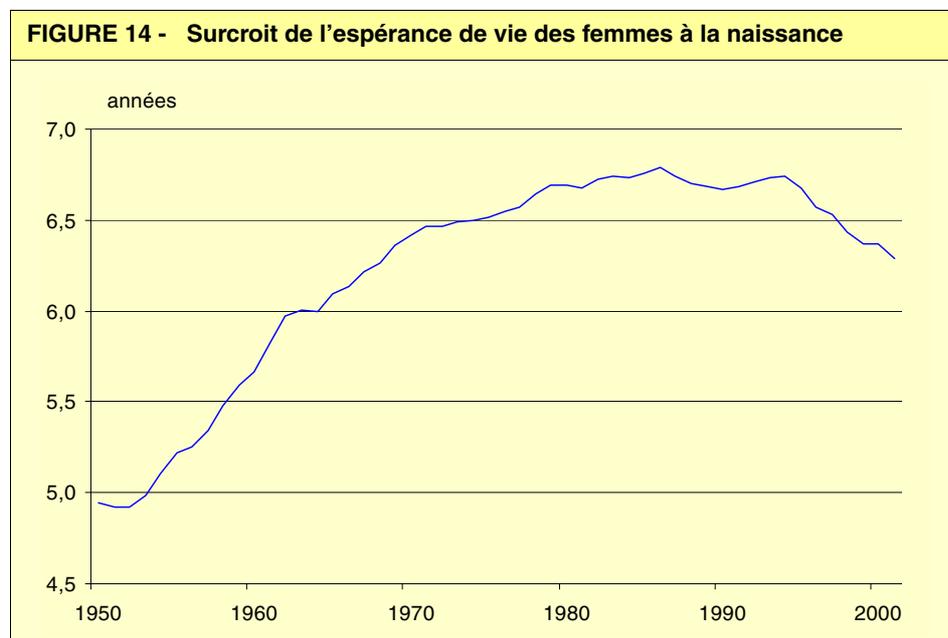
- de 8,35 ans à 0 an
- de 7,87 ans à 20 ans
- de 7,63 ans à 40 ans
- de 6,87 ans à 60 ans
- de 4,27 ans à 80 ans

pour respectivement 11,45 ans, 8,29 ans, 7,43 ans, 6,24 ans et 2,80 ans de 1950 à 2000.

Sur l'entièreté de la vie, le rythme de l'allongement de la vie devrait s'affaiblir au cours des cinquante prochaines années par rapport à la période 1950-2000. Mais en regardant les espérances de vie à divers âges, on voit que ceci est dû aux faibles progrès de l'espérance de vie aux âges jeunes, les progrès étant relativement plus importants aux âges plus élevés, surtout chez les hommes.

## D. Observation: Vers une convergence de l'espérance de vie à la naissance des hommes et des femmes?

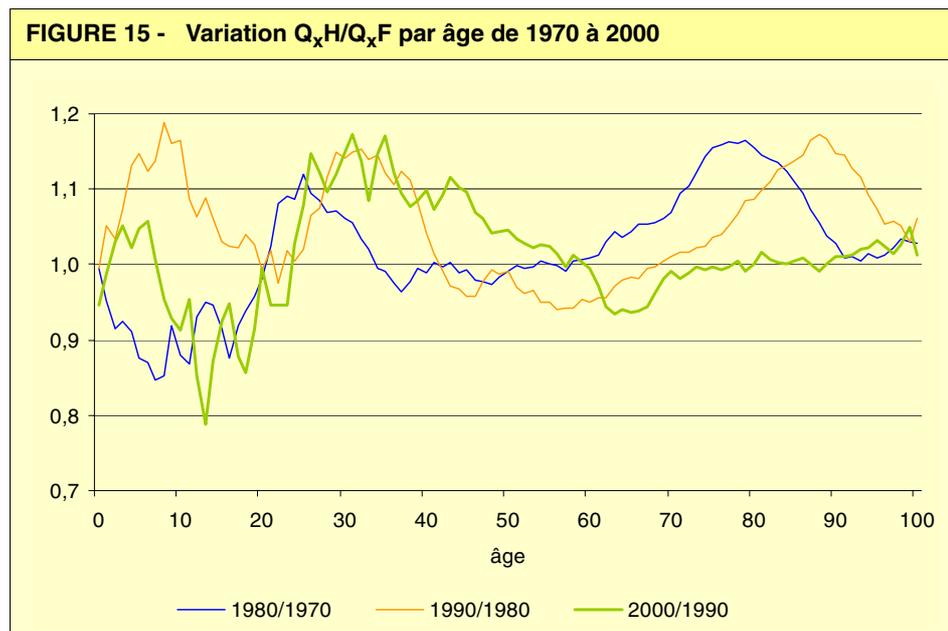
Comme l'indique la figure 14, on observe dans les années récentes une convergence de l'espérance de vie à la naissance des hommes et des femmes.



En fait, l'espérance de vie à la naissance des femmes s'accroît plus vite que celle des hommes de 1953 à 1986. De 1987 à 1994, on observe une quasi stabilisation de l'écart entre les deux. Après 1994, on observe une - légère - convergence (6,74 années d'écart en 1994, 6,29 en 2001). Les raisons du rapprochement des deux mortalités masculine et féminine habituellement évoquées sont un style de vie des femmes qui s'apparente de plus en plus à celui des hommes avec stress, tabagisme, etc, ou à l'inverse une amélioration de la mortalité masculine qui s'expliquerait par une plus grande attention par ceux-ci aux facteurs de santé: diète, sport.

Néanmoins, l'espérance de vie à la naissance, pour aussi populaire qu'elle soit, car elle est un indice rapide d'appréciation de la longévité d'une population, est avant tout une mesure synthétique qui résume les conditions de survie à chaque âge.

La figure 15 ci-après reflète la modification de la surmortalité masculine à chaque âge (ou rapport des  $q_x$  masculins aux  $q_x$  féminins en pourcent, lissé sur les âges et sur les années afin d'éliminer les petites variations) sur trois périodes successives 1970 à 1980, 1980 à 1990 et enfin 1990 à 2000, la période à partir de laquelle se manifeste cette convergence de l'espérance de vie à la naissance.



Un indicateur supérieur à 1 indique que la surmortalité masculine s'est accentuée au cours de la période sous-revue pour un âge donné. On peut voir que la surmortalité masculine au cours des trois sous-périodes, y compris entre 1990 et 2000, peut s'accroître à certains âges et diminuer à d'autres. Une analyse des raisons du rapprochement récent des deux mortalités masculine et féminine s'impose donc avant de pouvoir tirer définitivement des conclusions pour l'avenir. La méthode exposée dans ce chapitre a l'avantage qu'elle étudie soigneusement par sexe et par âge l'ajustement statistique aux données d'une période cohérente, démarrant en 1970. Elle est confortée dans son approche par les résultats d'une méthode légèrement différente, appliquée par l'UCL aux données masculines et exposée au chapitre III.

Lors d'une prochaine révision des projections, en ayant à disposition davantage de données et, espérons-le, une meilleure analyse des phénomènes à l'oeuvre, il sera peut-être possible de revoir la méthode générale de projection, par exemple en octroyant des poids plus élevés aux observations plus récentes. Pour l'instant, forcer un rapprochement des espérances de vie à la naissance paraît encore prématuré.



## Méthodologie UCL et comparaison BfP-UCL

### A. Méthodologie de l'UCL

*Les auteurs de ce rapport veulent remercier vivement les professeurs de l'UCL, et tout particulièrement le Professeur Denuit, pour leur participation au groupe de travail, pour les conseils apportés lors du développement de la méthode du BfP, pour les travaux complémentaires menés permettant ainsi une meilleure comparaison des deux approches - cfr point B ci-après, pour avoir souligné la similitude des approches et la proximité des résultats des deux méthodes et pour avoir bien voulu contribuer activement à l'écriture de ces points A et B.*

Dans un premier temps, les actuaires et statisticiens de l'UCL (équipe de statistique de l'assurance, constituée autour du Professeur Michel Denuit) ont eu recours à la méthode de projection de la mortalité développée en 1992 par Ronald Lee de l'Université de Californie à Berkeley, et Lawrence Carter de l'Université de l'Oregon. Cette approche a été adoptée par le " US Bureau of the Census " pour les projections de mortalité. Elle consiste à éclater les logarithmes des taux de mortalité en deux composantes, l'une propre à l'âge et l'autre tendancielle. Cette dernière est alors extrapolée dans le futur (grâce à des modèles de séries temporelles), afin de fournir les projections de mortalité. Tout comme celle retenue par le BfP et décrite plus haut, la méthode se borne à extrapoler les tendances du passé, et ne peut donc rendre compte d'événements nouveaux, tels que l'émergence de nouvelles maladies, la mise au point de nouveaux médicaments ou le traitement d'affections jusque-là incurables. L'hypothèse centrale est que l'évolution qui a prévalu dans le passé perdurera dans le futur.

Certains membres de l'équipe de statistique de l'assurance de l'UCL sont intervenus à titre d'expert dans le groupe de travail " mortalité " constitué au sein de l'ARAB, sous la présidence de Philippe Delfosse. Une première amélioration du modèle (dite de Poisson log-bilinéaire) a été développée à cette occasion, et les résultats pour la Belgique présentés lors d'un colloque organisé le 13 septembre 2002 par l'ARAB.

A la suite des réunions du groupe de travail constitué autour du BfP à la demande du Ministre Vandembroucke, une nouvelle méthodologie a été élaborée par les actuaires de l'UCL, et présentée le 26 novembre 2003 dans les locaux du BfP à Bruxelles. Les quotients de mortalité masculins fournis par le BfP ont été traités, et des tables prospectives pour la population masculine belge ont été dressées. Cette nouvelle approche permettait notamment de traiter le problème de la mortalité aux âges élevés (ce que n'autorisait pas le modèle de Poisson log-bilinéaire) et d'éviter le recours aux modèles de séries temporelles en sélectionnant la période sur laquelle la composante tendancielle d'évolution de la mortalité était approximativement linéaire (à savoir 1970-2001).

Le Professeur Denuit a fourni les résultats suivants de ses calculs :

- $q_{x,t}$  des hommes aux âges suivants : 0, 20, 40, 65, 85, 99, 110 à l'horizon 2100
- $q_{x,t}$  par âge pour les hommes pour les années : 2050 et 2100

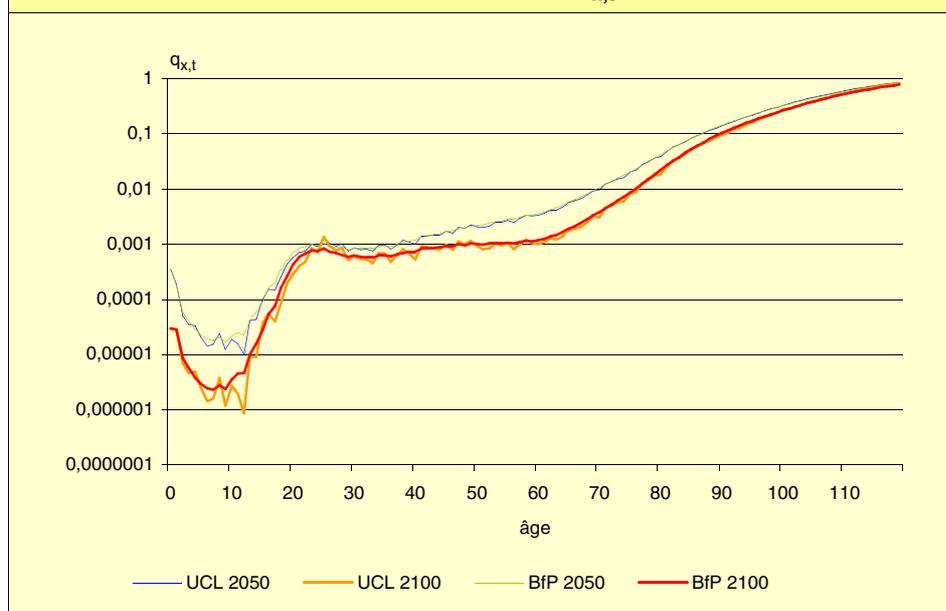
## B. Comparaison des méthodes BfP-UCL

Si l'on compare les méthodes BfP et UCL, on constate les différences suivantes :

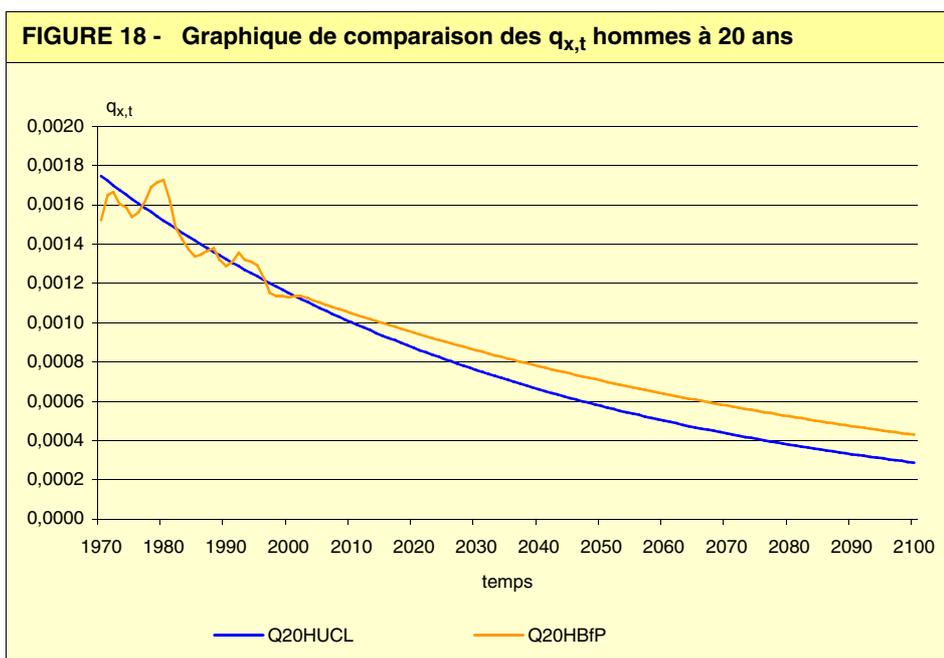
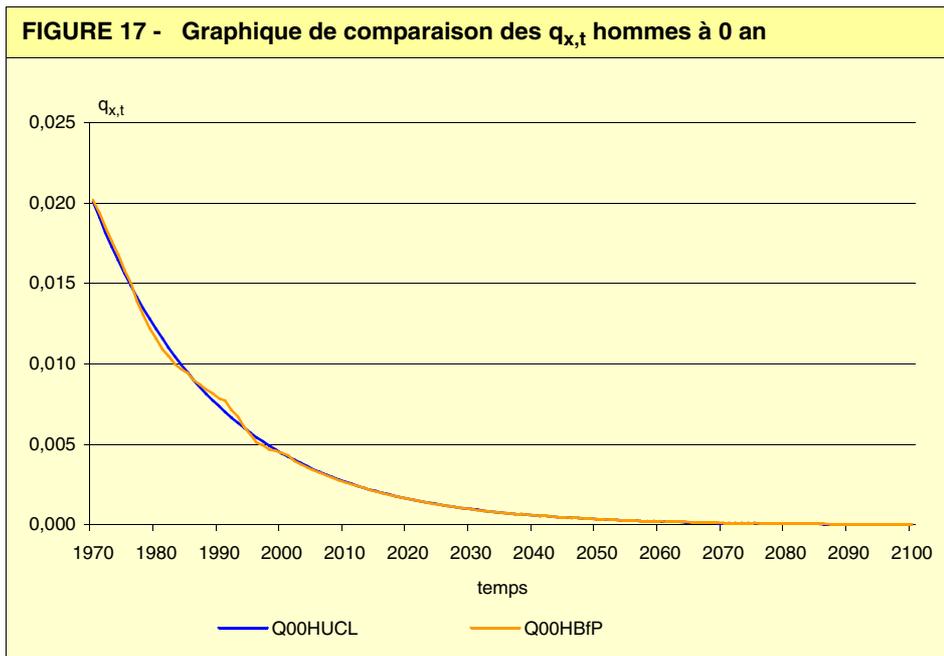
- Les actuaires de l'UCL modélisent les logarithmes des taux de mortalité et non les logarithmes des quotients de mortalité (ceci évite de devoir imposer des contraintes sur les paramètres alpha et bêta intervenant dans l'équation (1)).
- Aucun lissage préalable des données n'est utilisé dans la méthode UCL.
- Les données relatives aux âges élevés (85 ans et plus) sont traitées avant l'ajustement du modèle, et l'analyse porte sur les tables de mortalité fermées à 130 ans dans la méthode UCL. Il est à noter que le traitement des âges élevés diffère sensiblement entre les méthodes BfP et UCL.
- La période d'observation 1970-2001 est retenue aussi dans la méthode UCL, afin d'avoir une composante tendancielle aussi linéaire que possible.
- Il n'y a pas de lissage des paramètres bêta dans la méthode UCL. L'approche du BfP semble sur ce point plus pertinente. Une estimation par maximum de vraisemblance pénalisée pourrait également donner de bons résultats. Un lissage des alpha pourrait paraître souhaitable. Cependant, cette méthode aurait l'inconvénient de ne plus accrocher aussi finement les dernières observations. Elle a donc pour l'instant été rejetée par le BfP.
- La méthode UCL conserve les alpha estimés par moindres carrés sur base des observations relatives à la période 1970-2001. L'alternative du BfP permet quant à elle de faire démarrer les projections aux dernières tables de mortalité disponibles.

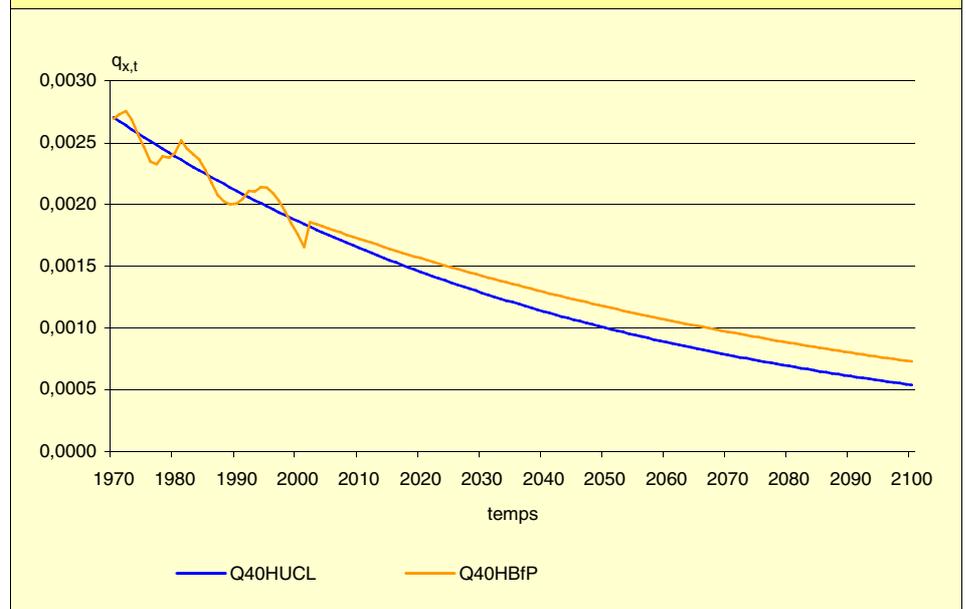
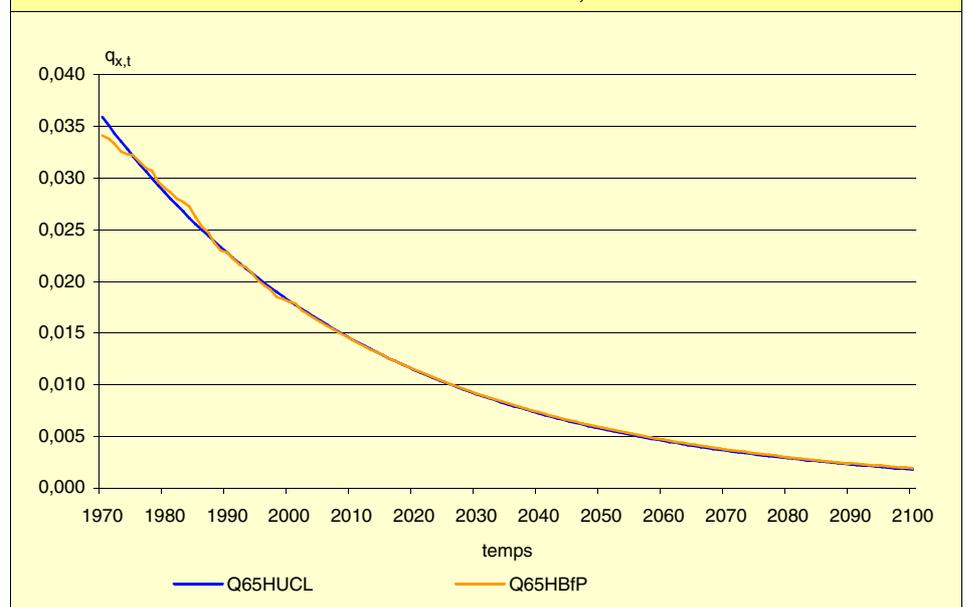
## C. Comparaison des résultats BfP-UCL

Les experts du BfP ont comparé les projections fournies par les méthodes BfP et UCL pour les hommes (série des quotients de mortalité aux âges 0, 20, 40, 65, 85, 99 et 110 ans et tables de mortalité complètes pour les années 2050 et 2100). Il est apparu que, malgré des choix techniques parfois fort différents, les quotients prospectifs étaient comparables (s'agissant d'un exercice de prospective sur plusieurs décennies, des différences sont inévitables). Le traitement des quotients relatifs aux âges élevés différait sensiblement entre les méthodes BfP et UCL, les projections pour cette tranche d'âges en sont affectées. Globalement, la similitude des projections BfP et UCL conforte les chiffres avancés par le BfP.

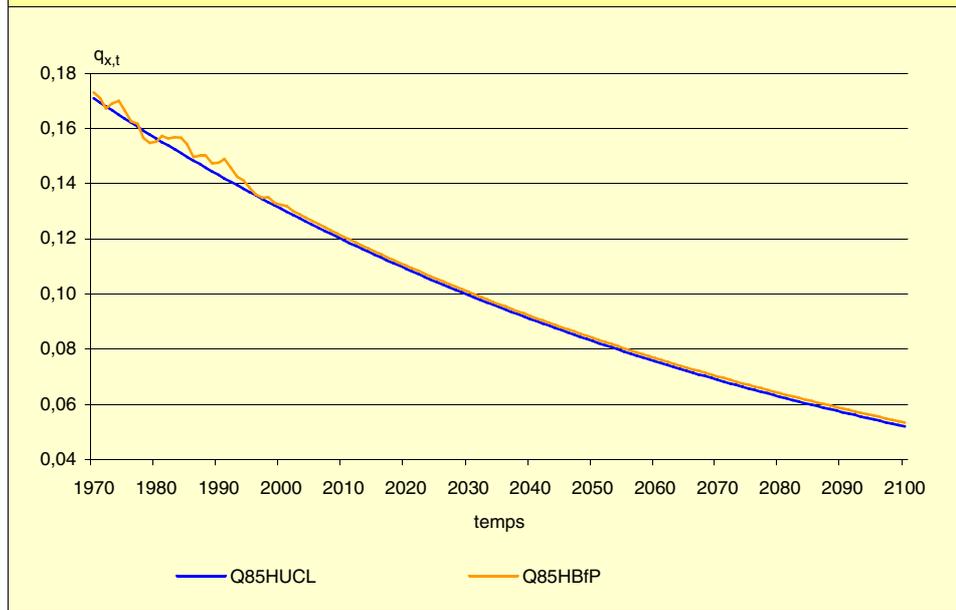
FIGURE 16 - Comparaison en 2050 et 2100 des  $q_{x,t}$  hommes UCL et BfP (log)TABLEAU 4 - Comparaison des  $q_{x,t}$  entre BfP et UCL à différents âges

	1975	2000	2025	2050	2075	2100
Q0HUCL	0,015648	0,004458	0,001265	0,000358	0,000102	2,88E-05
Q20HUCL	0,00163	0,001151	0,000813	0,000575	0,000406	0,000287
Q40HUCL	0,002544	0,001866	0,001368	0,001002	0,000735	0,000539
Q65HUCL	0,03208	0,018139	0,010224	0,005753	0,003234	0,001817
Q85HUCL	0,163558	0,130912	0,104374	0,082957	0,065773	0,052048
Q99HUCL	0,423493	0,380942	0,341342	0,304805	0,271346	0,240904
Q110HUCL	0,699336	0,669119	0,638633	0,608101	0,577727	0,547697
Q0HBfP	0,015814	0,00449	0,001255	0,00036	1,03E-04	2,96E-05
Q20HBfP	0,001538	0,001129	0,000903	0,000704	0,000549	0,000428
Q40HBfP	0,00247	0,001758	0,001492	0,001174	0,000924	0,000727
Q65HBfP	0,032219	0,018061	0,010267	0,005859	0,003343	0,001908
Q85HBfP	0,166627	0,132342	0,105483	0,084087	0,06703	0,053434
Q99HBfP	0,290133	0,376997	0,332964	0,303094	0,274091	0,246426
Q110HBfP	#N/A	#N/A	0,628753	0,602447	0,572711	0,540643

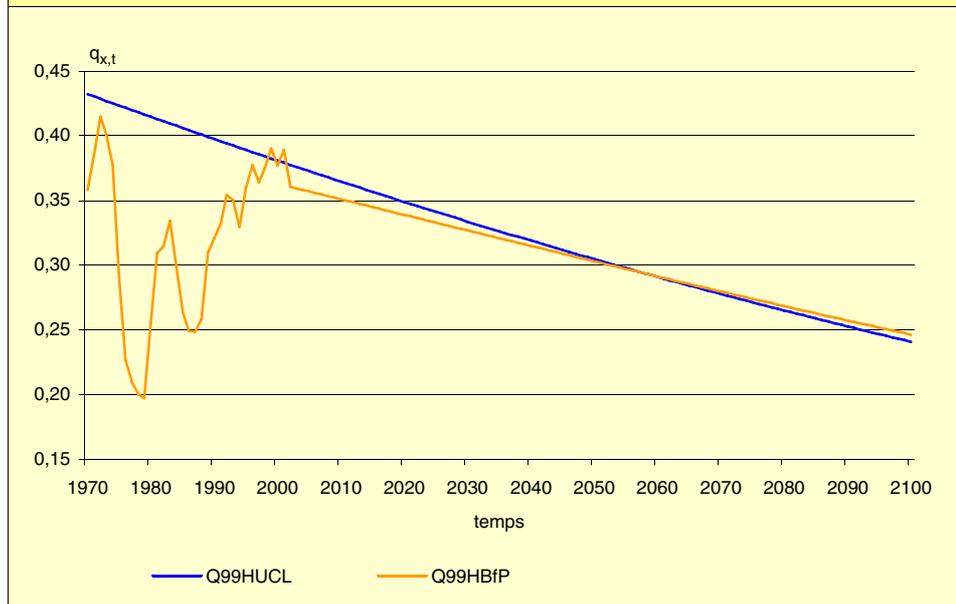


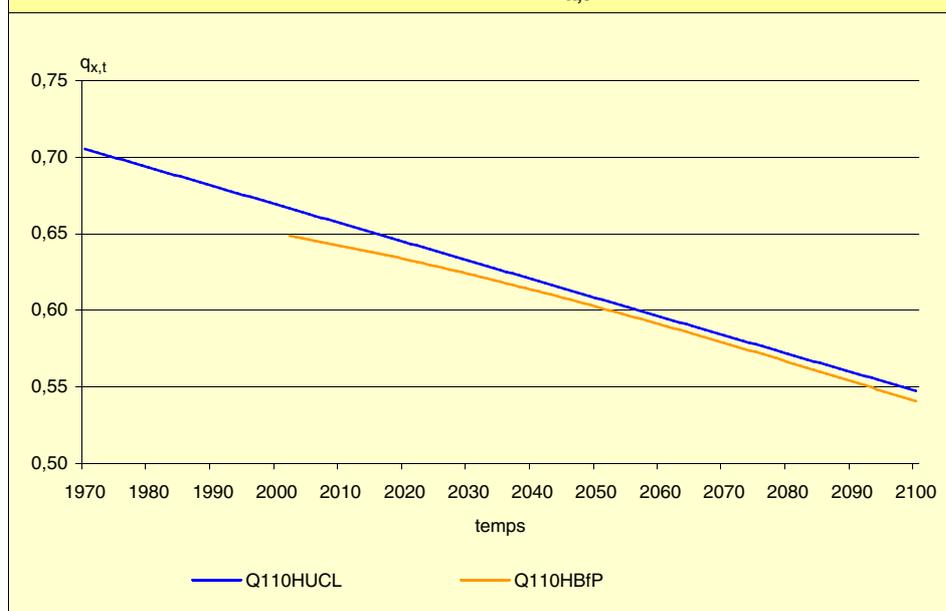
**FIGURE 19 - Graphique de comparaison des  $q_{x,t}$  hommes à 40 ans****FIGURE 20 - Graphique de comparaison des  $q_{x,t}$  hommes à 65 ans**

**FIGURE 21 - Graphique de comparaison des  $q_{x,t}$  hommes à 85 ans**



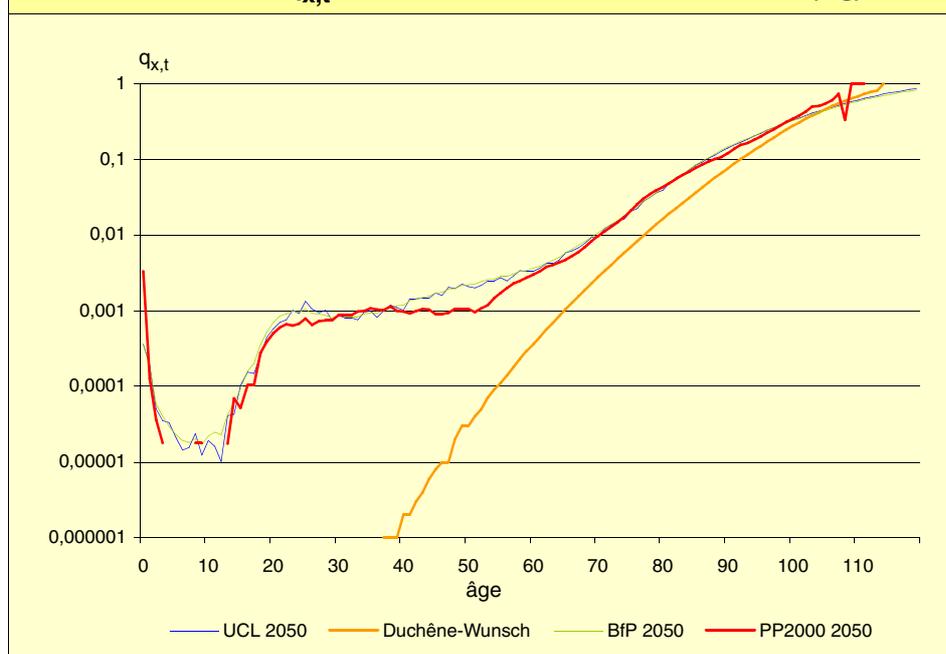
**FIGURE 22 - Graphique de comparaison des  $q_{x,t}$  hommes à 99 ans**



**FIGURE 23 - Graphique de comparaison des  $q_{x,t}$  hommes à 110 ans**

Les graphiques 22 - 23 comparent les profils des  $q_{x,t}$  hommes, et les graphiques 24 et 25 les profils des  $E_{x,t}$  hommes,  $q_{x,t}$  et  $E_{x,t}$  obtenus par les méthodes de l'UCL et du BfP en 2050 et 2100, et les mettent en perspective avec la table biologique Duchêne-Wunsch et pour 2050 avec les perspectives INS-BfP 2000-2050.

La table biologique Duchêne-Wunsch est, comme dit précédemment, une table limite qui donnait au moment de sa construction les probabilités de décès par âge en dehors de tout accident et de maladie curable. Le risque de décéder y est quasi nul avant l'âge de 40 ans.

**FIGURE 24 - Profil de  $q_{x,t}$  hommes en 2050 selon diverses sources (log)**

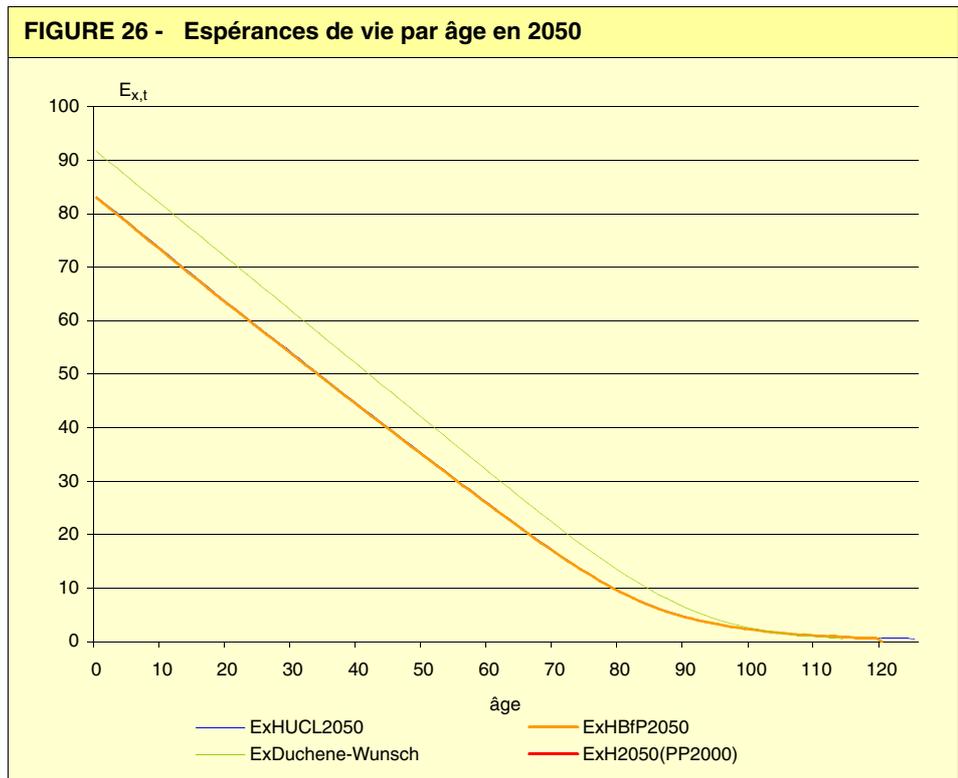
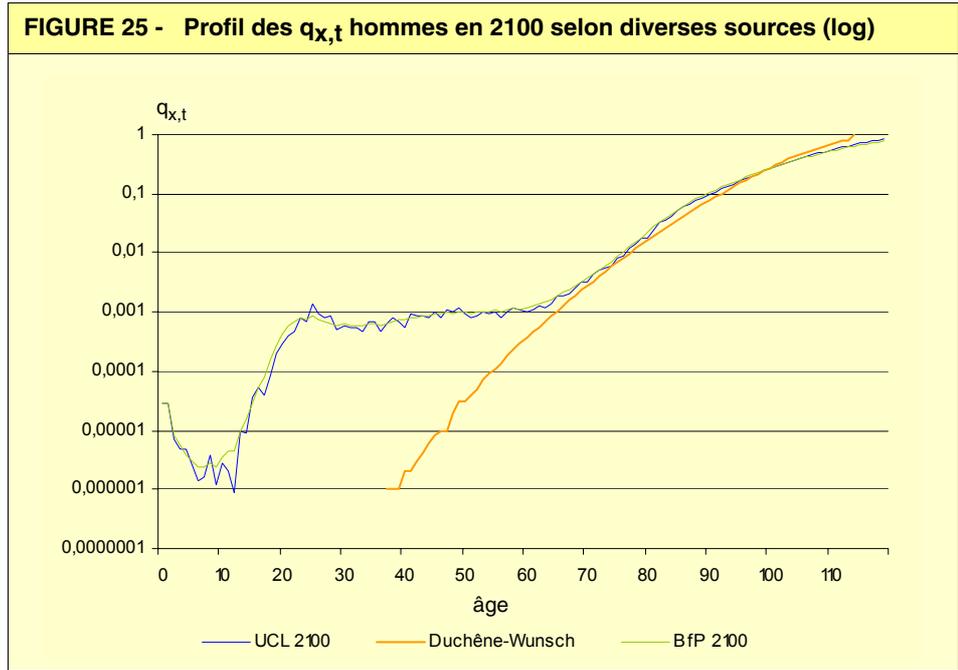
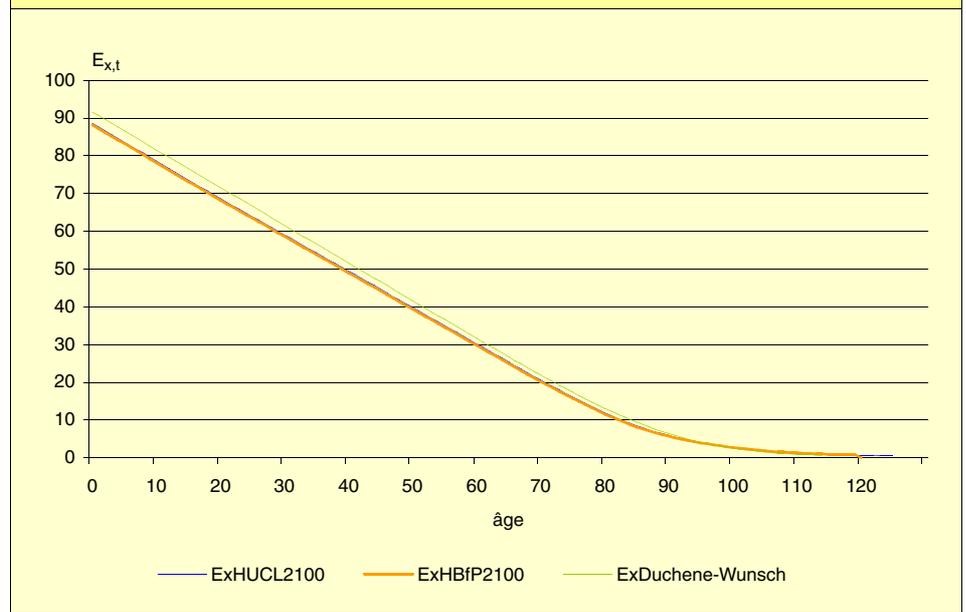


FIGURE 27 - Espérances de vie par âge en 2100







## Comparaison des espérances de vie par âge dans diverses sources

Le tableau 5 compare les espérances de vie découlant de diverses tables de mortalité :

- tables publiées par l'INS pour l'année 2001 (ExH2001-ExF2001)
- tables découlant de la valeur légale actuelle des paramètres de Makeham (ExMK-ExFK, ExMR-ExFR)
- tables pour les hommes en 2050 et 2100 découlant de l'exercice UCL (ExHUCL2050, ExHUCL2100)
- tables en 2050 et 2100 découlant de l'exercice BfP (ExHBfP2050-ExFBfP2050, ExHBfP2100- ExFBfP2100)
- table biologique de Duchêne-Wunsch unique pour hommes et femmes
- tables en 2050 et 2100 découlant de l'ancien exercice BfP (ExH2050-ExF2050(PP2000))

**TABLEAU 5 - Comparaisons des espérances de vie par âge dans diverses sources**

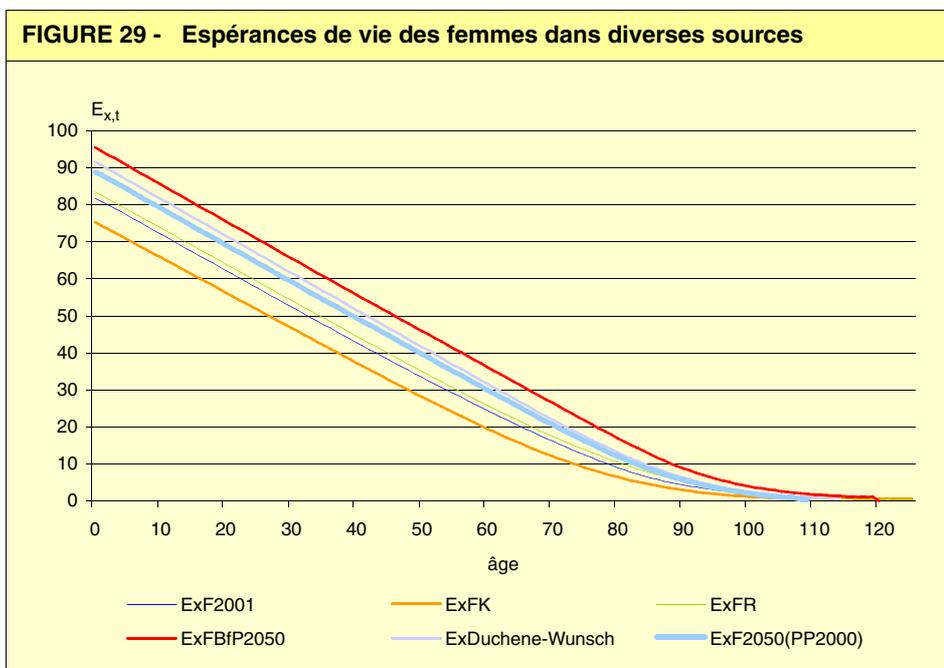
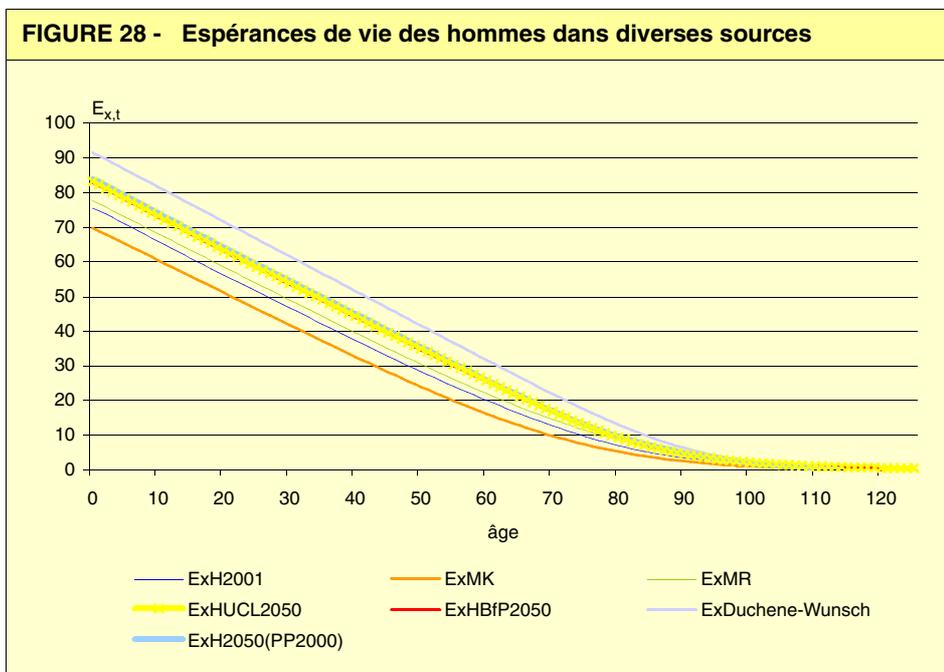
	0	20	40	65	75	99	110
ExH2001	75,42	56,19	37,35	16,24	9,66	2,17	0
ExF2001	81,67	62,27	42,79	20,23	12,34	2,27	0
ExMK	69,86	51,11	32,64	12,82	7,32	1,21	1,10
ExFK	75,26	56,29	37,32	15,62	9,02	1,32	1,10
ExMR	77,71	58,58	39,62	18,13	11,40	2,33	1,10
ExFR	83,50	64,02	44,56	21,51	13,73	2,59	1,10
ExHUCL2050	83,21	63,35	44,33	21,21	12,87	2,39	1,10
ExHUCL2100	88,63	68,67	49,45	25,35	16,05	2,94	1,25
ExHBfP2050	82,93	63,09	44,06	21,01	12,74	2,41	1,11
ExHBfP2100	88,16	68,22	48,98	24,93	15,69	2,91	1,28
ExFBfP2050	89,86	69,97	50,26	26,54	17,41	3,18	1,39
ExFBfP2100	95,51	75,54	55,70	31,33	21,64	4,34	1,78
ExDuchene-Wunsch	91,62	71,62	51,62	26,75	17,35	2,76	0,92
ExH2050(PP2000)	83,90	64,26	45,15	21,48	13,06	2,23	0,00
ExF2050(PP2000)	88,88	69,14	49,43	25,27	16,16	2,33	0,00

Les graphiques 26 et 27 transforment plusieurs des données du tableau 5 en graphiques, pour les hommes et les femmes respectivement.

Pour les hommes, les espérances de vie par âge découlant de la table Duchêne-Wunsch sont plus élevées que les nouvelles estimations du BfP pour 2050, celles-ci étant par ailleurs très proches des résultats obtenus dans les perspectives INS-

BfP 2000-2050. Les valeurs des tables MR - MK découlant de la valeur des paramètres à la fin de l'année 2003 entourent les valeurs observées en 2001.

Pour les femmes, les résultats des nouveaux travaux du BfP sont par contre supérieurs aux espérances de vie par âge découlant de la table Duchêne-Wunsch. Là aussi, les valeurs des tables MR - MK découlant de la valeur des paramètres à la fin de l'année 2003 entourent les valeurs observées en 2001.





## Approche par génération

L'approche par génération reflète de manière plus exacte les conditions de mortalité que les individus ont connues et vont connaître au cours de leur vie.

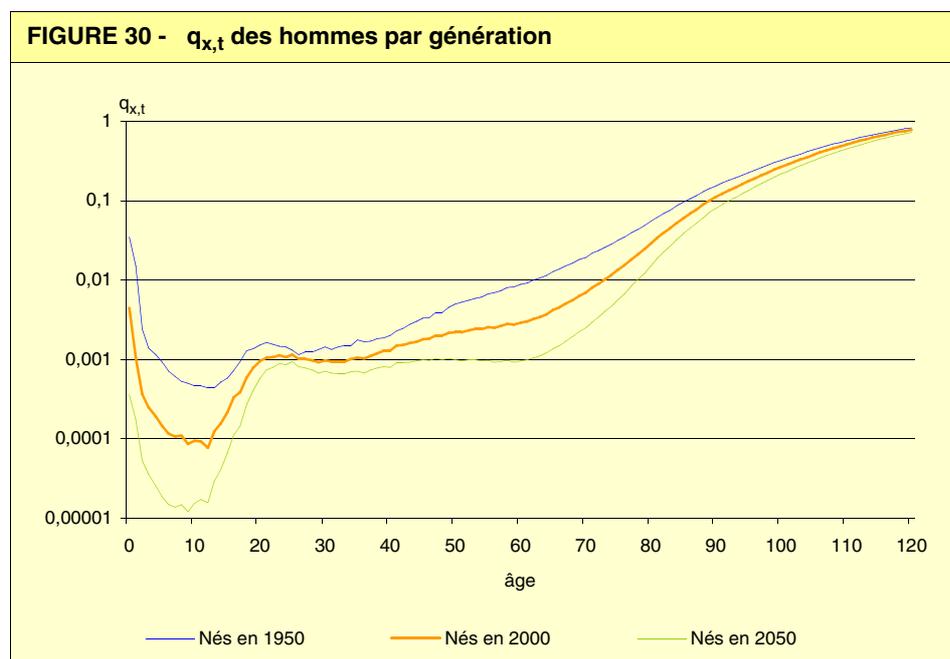
L'approche transversale ou du moment ne fournit en effet aucunement les conditions de mortalité qu'un individu d'une génération connaîtra au cours de sa vie : tous les taux de mortalité utilisés sont ceux d'une seule et même année calendrier. L'espérance de vie transversale d'une année résume en fait pour cette année les conditions de mortalité vécues par autant de générations qu'il y a d'âges.

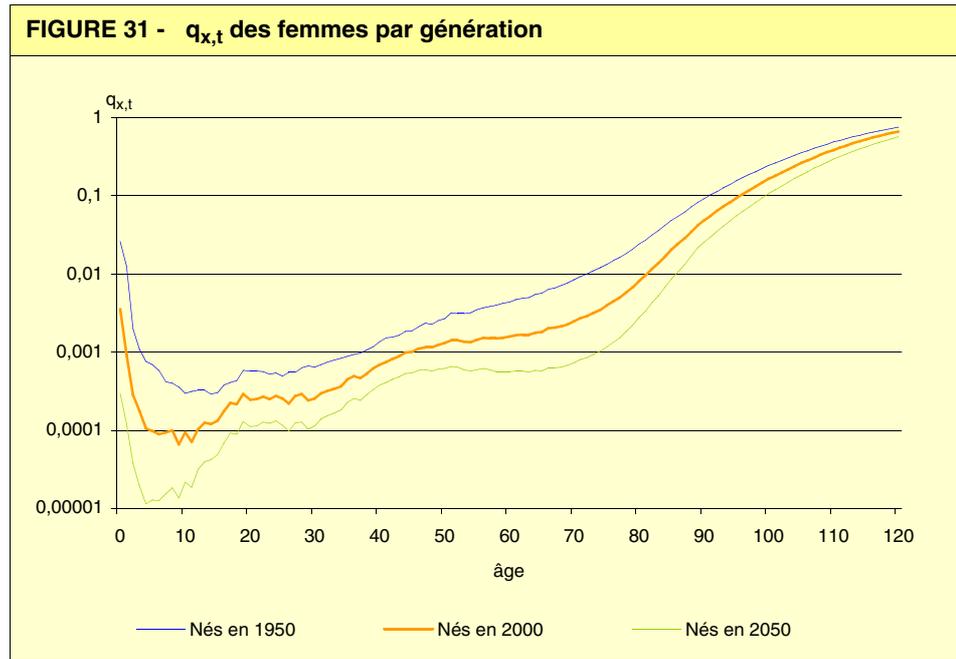
A l'inverse, l'espérance de vie générationnelle suit les individus d'une génération au cours de leur vieillissement et applique à chaque âge le coefficient de mortalité de l'année au cours de laquelle l'individu atteint cette âge.

### A. Profils des $q_{x,t}$ par génération

Les  $q_{x,t}$  par génération sont obtenus simplement en prenant la diagonale du tableau des  $q_{x,t}$ . Le résultat fournit donc, pour une génération née en une année déterminée, les taux de mortalité qui devraient s'appliquer aux différents âges, compte tenu de l'évolution dans le temps de l'allongement ou non de la vie.

On retrouve dans les valeurs par génération une diminution significative de la mortalité aux âges jeunes et une progression autour des âges 45-75 ans, mais dans ce cas moins marquée que dans l'approche transversale présentée aux figures 4 et 5.





## B. Espérances de vie par génération

La généralisation de (23) permet d’obtenir des espérances de vie par génération,  $EG_{x,t}$ , intégrant les progrès en terme d’allongement de la vie au cours de cette génération :

$$EG_{x,t} = 0,5 + \frac{\sum_{i=1}^{\tilde{x}_t - x} \left[ \prod_{j=1}^{x+i} (1 - q_{x+i-j, t+i-j}) \right]}{x \prod_{j=1} (1 - q_{x-j, t-j})} \quad (26)$$

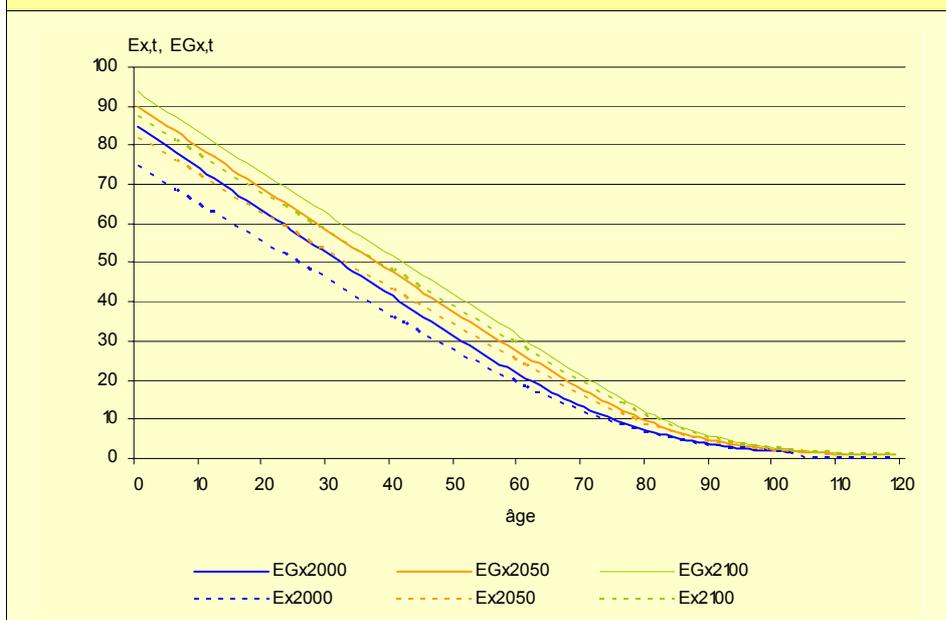
et

$$EG_{0,t} = 0,5 + \sum_{i=1}^{\tilde{x}_t} \left( \prod_{j=1}^i (1 - q_{i-j, t+i-j}) \right) \quad (27)$$

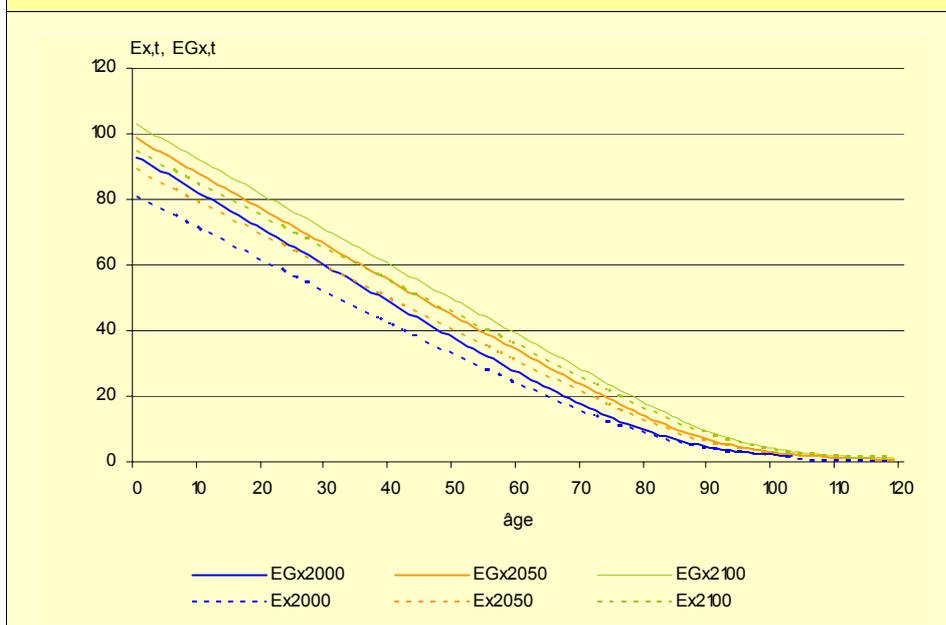
où  $\tilde{x}_t$  est l’âge limite à l’année t.

Les deux graphiques suivants montrent les résultats attendus pour les hommes comme pour les femmes : l’espérance de vie calculée par génération est nettement supérieure à l’espérance de vie transversale car elle prend en compte les progrès sur toute la durée de vie de la génération. Cette différence s’amenuise au fil des âges, les gains en terme de coefficients de mortalité et, partant, d’espérance de vie, étant sensibles dès les premières années de la vie.

**FIGURE 32 - Espérances de vie transversales et générationnelles - Hommes**



**FIGURE 33 - Espérances de vie transversales et générationnelles - Femmes**



Les tableaux qui suivent permettent de chiffrer les différences obtenues.

**TABLEAU 6 - Comparaison des espérances de vie transversales et générationnelles**

Ages	1950				2000			
	Femmes		Hommes		Femmes		Hommes	
	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$
0	70,06	81,98	65,11	73,55	81,51	92,81	75,14	84,58
20	53,81	62,31	49,66	54,95	62,10	70,78	55,91	62,87
30	44,45	50,61	40,53	43,70	52,33	59,57	46,52	52,19
40	35,20	39,47	31,51	32,75	42,63	48,39	37,08	41,38
60	18,12	19,28	15,89	16,11	24,36	27,15	19,79	21,34
65	14,42	15,12	12,73	12,94	20,08	22,18	15,98	16,99
80	6,08	6,17	5,44	5,38	8,88	9,46	6,94	7,14

	2050				2100			
	Femmes		Hommes		Femmes		Hommes	
	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$	$E_{x,t}$	$EG_{x,t}$
0	89,85	98,65	82,93	90,04	95,51	102,91	88,16	93,69
20	69,96	76,80	63,09	68,45	75,54	81,35	68,21	72,42
30	60,07	65,88	53,61	58,07	65,60	70,58	58,64	62,18
40	50,26	55,00	44,06	47,57	55,70	59,84	48,98	51,83
60	31,22	33,80	25,52	27,11	36,21	38,67	29,73	31,21
65	26,53	28,59	21,02	22,18	31,33	33,38	24,92	26,06
80	13,14	13,83	9,27	9,53	16,94	17,80	11,56	11,89

On constate que, tant pour les femmes que pour les hommes, la différence entre les deux approches des espérances de vie peut dépasser 10 ans à la naissance. Ainsi, un homme né en 1950 a une espérance de vie transversale, telle que calculée dans les tables de mortalité classiques, de 65 ans, mais, en fait, il vivra en moyenne 73 ans, soit 8 ans de plus. Pour une femme, cette différence est de près de 12 ans.

Au-delà de 65 ans, les valeurs se rapprochent : en 2000, une femme de 65 ans, dans la table de mortalité classique, peut espérer vivre encore 20 ans, tandis que dans les tables générationnelles, elle peut espérer vivre encore 22 ans.

Enfin, on peut noter que l'espérance de vie générationnelle à la naissance n'atteindra pas encore 100 ans pour les hommes en 2100, alors que, pour les femmes, ce cap pourrait être atteint en 2065.



## Annexe

### Liste des participants au groupe de travail

Sont indiqués avec un astérisque les personnes ayant suivi plus particulièrement les travaux au sein du sous-groupe de travail.

Pour la CBFA (anciennement OCA) :

- Philippe Beaufay
- \* Erik Degadt
- Luc Kaiser
- Marc Meganck
- \* Alexander Van Ouytsel

Pour l'ARAB, les actuaires :

- \* Philippe Delfosse, Integrale
- Heidi Delobelle, Fortis
- Karel Goossens, Watson Wyatt
- Birgit Hannes

Pour l'UCL :

- \* Michel Denuit, Professeur
- \* Pierre Devolder, Professeur
- Michel Poulain, Professeur

Pour l'INS :

- \* Leïla Bellamammer

Pour le Bureau fédéral du Plan :

- \* Johan Duyck
- \* Laurence Laloy
- \* Micheline Lambrecht
- \* Jean-Marc Paul